第29讲 静电场中的导体 静电场中的电介质

教学要求

了解有极分子和无极分子，有极分子的取向极化、无极分子的位移极化、电极化强度。了解电介质的静电场。

理解静电平衡的条件、推论及其性质、静电平衡时导体上的电荷分布，空腔导体内外的静电场、静电屏蔽，有电介质时的高斯定理及应用、电位移的定义、D，E，P之间的关系。

重点与难点：

重点：静电场中的导体，有电介质时的高斯定理及应用。

难点：静电平衡时静电场的分析与计算。

9.5 静电场中的导体

9.5.1 导体的静电平衡

导体的特点是导体内存在着大量的自由电荷,对金属导体（本书讨论都是金属导体）而言，就是自由电子。即金属导体在它内部有可以自由移动的电荷—自由电子。一个不带电的中性导体放在静电场中，在电场力作用下，它内部自由电子将受静电场的作用而产生定向运动而改变导体上的电荷分布。这电荷的分布的改变又将反过来改变导体内外的电场分布。这种现象叫做静电感应。导体由于静电感应而带的电荷叫感应电荷。因此，当电场中有导体存在时，电荷分布和电场分布相互影响、相互制约。当导体内部和表面都没有电荷的宏观定向运动时，我们称导体处于静电平衡状态。导体达到静电平衡状态所满足的条件叫静电平衡条件。

如图9-27，我们将一块导体板放入一均匀电场$\vec{E}$中，电场力则驱动金属板内部的自由

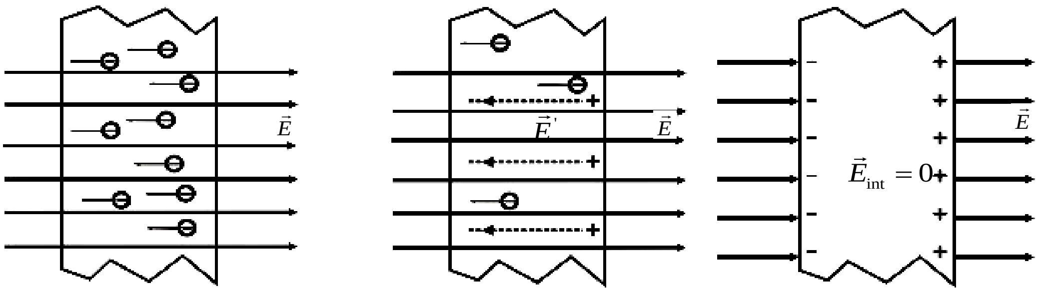


图9－27 导体的静电平衡

电荷逆着电场的方向运动，使得金属板的两个侧面出现等量异号的电荷。这些电荷将在金属板的内部建立一个附加电场 ，附加电场 的方向与原场 相反。金属板内部的电场强度就是 和 的叠加。开始时， ，金属板内部的电场不为零，自由电子会不停地向左移动，从而使 增大。这个过程一直达到静电平衡状态为止。

静电平衡状态只有在导体内部场强处处为零时才有可能达到和维持。否则，导体内部的自由电子在电场的作用下将发生定向移动。同时，导体表面附近的电场强度必定和导体表面垂直。显然，导体的静电平衡条件是：导体内部场强处处为零，即 $\vec{E}_{\text{int}} \equiv 0$，导体表面紧邻处的场强 $\vec{E}_{\text{s}}$ 垂直于导体表面。这里所说的电场强度，指的是外加的静电场 $\vec{E}$ 和感应电荷产生的附加电场 $\vec{E}'$ 叠加后的总电场，即 $\vec{E}_{总}=\vec{E}+\vec{E}'$。由于将导体放入电场中到建立静电平衡的时间是极短的（10^{-6}s 的数量级），所以通常在我们处理静电场中的导体问题时，若非特别说明，总是把它当作已达到静电平衡的状态来讨论。

处于静电平衡状态的导体，除了电场强度满足上述的静电平衡条件外，还具有以下性质：

（1）导体是等势体，导体表面是等势面。当导体处于静电平衡时，因为其内部电场强度处处为零，而且表面紧邻处的电场强度都垂直于表面，所以导体中以及表面上任意两点间的电势必然为零。

（2）导体内部处处没有未被抵消的净电荷，净电荷只分布在导体的表面上。

为了证明上述结论，我们在导体内部围绕任意点 P 作一个小闭合曲面 S（如图 9-28），

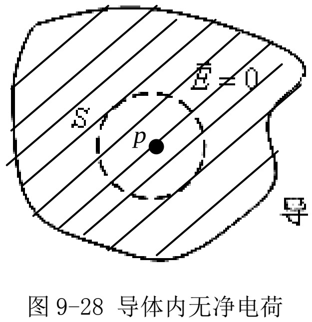


图 9-28 导体内无净电荷

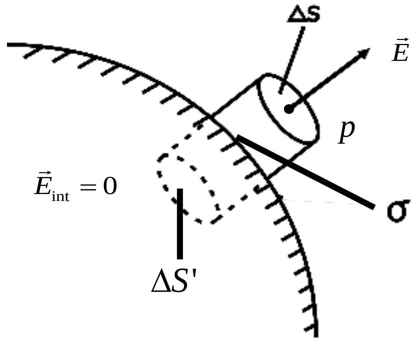


图 9-29 导体表面电荷与场强的关系

由于静电平衡时导体内部电场强度处处为零，因此通过此封闭曲面的电通量必然为零。按高

斯定理，此闭合曲面内电荷的代数和为零，由于 P 点是任意的，封闭曲面也可以作得任意地小，所以导体内部各处净电荷为零, 电荷只能分布在表面。

（3）导体以外，靠近导体表面附近场强大小和导体表面在该处的面电荷密度σ 的关系为

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0} \qquad (9\text{-}30)$$

为了证明上述结论，我们在导体表面紧邻处取一点 P，以 $\vec{E}$ 表示该点处的电场强度（如图 9-29）。过 P 点作一个平行于导体表面的小面元 ΔS，以 ΔS 为底，以过 P 点的导体表面法线为轴作一个封闭的圆柱面，圆柱面的另一底面 $\Delta S'$ 在导体的内部。由于导体内部场强为零，而表面紧邻处的场强又与表面垂直，圆柱面的侧面与场强方向平行，所以通过此封闭圆柱面的电通量就是通过 ΔS 的电通量，即等于 $E\Delta S$，以 σ 表示导体表面上 P 点附近的面电荷密度，则圆柱面包围的电荷就是 $\sigma\Delta S$。由高斯定理可得

$$E\Delta S=\frac{\sigma\Delta S}{\varepsilon_0}$$

即

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

注意 导体表面附近某点的场强是所有电荷（包括该导体上的全部电荷以及导体外现有的其它电荷）产生的，而不仅仅是邻近的表面电荷产生的。

孤立的导体处于静电平衡时，它的表面各处的面电荷密度与各处表面的曲率半径有关，曲率越大的地方，面电荷密度 σ 越大。表面凸出而尖锐处，曲率较大，σ 也较大；较平坦处，曲率较小，σ 也较小；凹进去,曲率为负，σ 则更小。

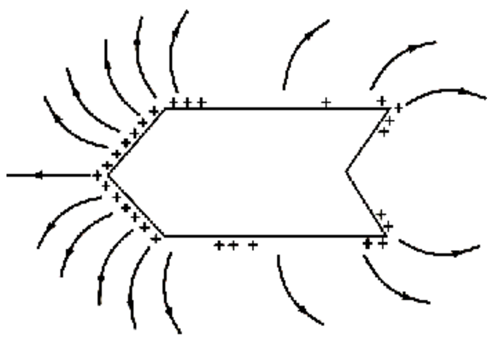


图 9-30 导体尖端处电荷密度大

图 9-30 给出一个有尖端的导体表面的电荷和场强分布的情况，尖端附近的面电荷密度最大。

上述结论在生产技术上十分重要。由式（9-30）对于具有尖端的带电导体，无疑尖端处的场强特别强。那里空气中散存的带电粒子（如电子或离子）在过强电场的作用下作加速运动时就可能获得足够大的能量，以致它们和空气分子碰撞时,能使后者离解成电子和离子。

这些新的电子和离子与其它空气分子相碰，又能产生新的带电粒子。这样，就会产生大量的带电粒子。与尖端上电荷异号的带电粒子受尖端电荷的吸引，飞向尖端，使尖端上的电荷被中和掉；与尖端上电荷同号的带电粒子受尖端电荷的排斥而从尖端附近飞开。这种使得空气被“击穿”而产生的放电现象称为**尖端放电。**

9.5.2 静电屏蔽

静电平衡时导体内部的场强为零这一规律在技术上用来作静电屏蔽。

1 空腔导体（无论接地与否）

将使腔内空间电场不受外部空间的电场的影响。

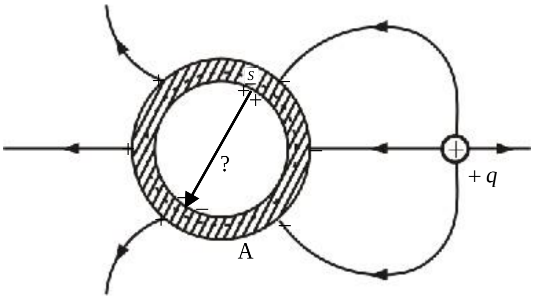


图 9-31 用空腔导体屏蔽外电场

如图9-31一空腔导体A外面放有点电荷＋q,在静电平衡时,腔体内的场强为零。这时如果在腔体内作一个封闭曲面S(图9-31)包围住空腔，可以由高斯定理知**空腔内表面上的净电荷为零。**但是会不会在内表面上某处有正电荷，另一处有负电荷呢？(图9-31)不会的。因为如果这样，则空腔内将有电场。这一电场将使得内表面上带正电荷和负电荷的地方有电势差,这与导体是等势体的性质相矛盾了。所以**空腔的内表面上必然处处无净电荷而空腔内的电场强度**也就**必然为零。**

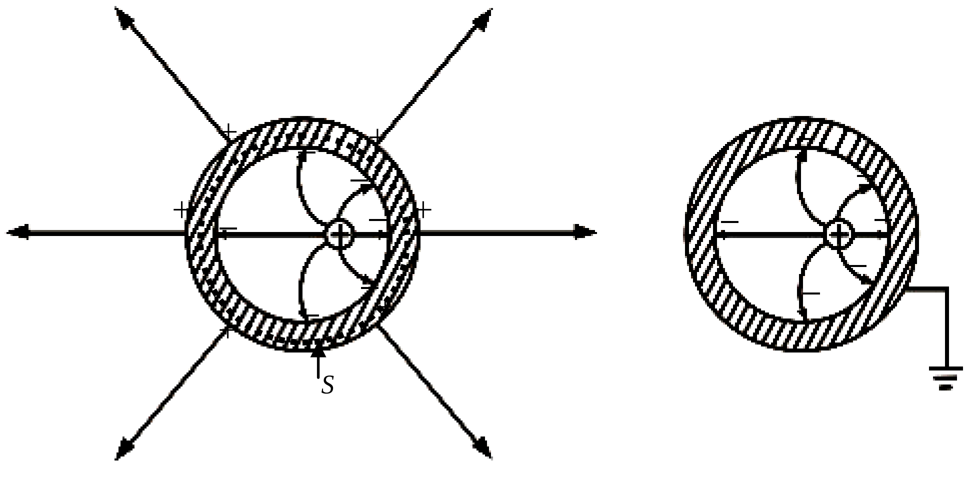


图 9-32 接地导体空腔的屏蔽作用

注意尽管空腔导体和空腔内部的电势处处相等,然而这个电势值与导体未放入外电场时的值是不相等的,即外电场会改变空腔导体的电势。因此，如果要使空腔导体（包括腔内）的电势不变，就应该把导体接地，使导体始终保持与大地的电势相等。

2 接地导体壳内表面以外的空间不受腔内电场的影响

如一导体壳的空腔内有一正电荷，则空腔的内表面上将产生等量的感应负电荷，外表面上将产生等量的感应正电荷［如图 9-32（a）］,从而使空腔外面的物体受到影响。这时如把导体空腔接地，则外表面上正电荷将和地上来的负电荷中和，这样接地的导体空腔内的电荷对导体外的电场就不会产生任何影响了［如图 9-32（b）］。

9.5.3 静电平衡时静电场的分析与计算

在静电平衡情况下,场强和电势的计算方法为首先根据导体静电平衡条件和电荷守恒求出电荷分布，然后再计算场强和电势。

例 9-14 一半径为 R_1 的导体球带有电量 q，球外有一内、外半径分别为 R_2 和 R_3 的同心导体球壳带电为 Q（图 9-33）；(1) 求导体球和球壳的电势；(2) 若用导线连接球和球壳，再求它们的电势；(3) 若使外球壳接地，再求它们的电势。

解 (1) 由静电平衡条件可知，电荷只能分布于导体表面。在球壳中作一闭合曲面可求得球壳内表面感

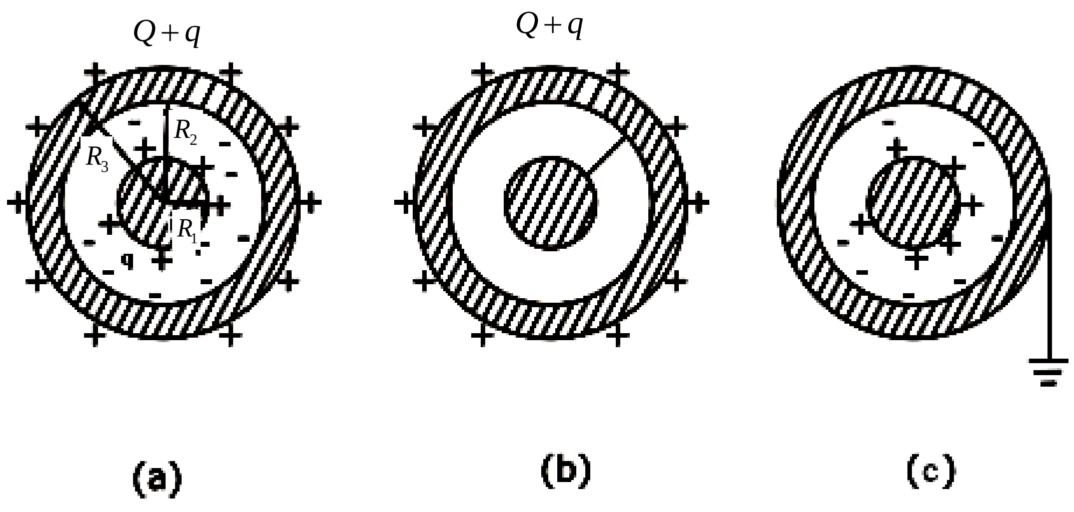


图 9-33 带电球壳包围同心带电球

应电荷为 $-q$。由于电荷守恒，球壳外表面电量应为 $Q+q$。由于球和球壳同心放置，满足球对称性，故电荷均匀分布形成三个均匀带电球面，见图 9-33(a)，根据电势叠加原理，并利用均匀带电球面电势分布，可求得

导体球的电势为 $$V_1=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{R_1}-\frac{q}{R_2}+\frac{Q+q}{R_3}\right)$$

导体球壳的电势为

$$V_2=\frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$$

(2) 若用导线连接球和球壳，球上电荷 q 将和球壳内表面电荷 $-q$ 中和，电荷只分布于球壳外表面，见图 9-33(b)。此时球和球壳的电势相等，为

$$V_1=V_2=\frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$$

(3) 若使球壳接地，球壳外表面电荷被中和，这时只有球和球壳的内表面带电，见图 9-33(c)，此时球壳电势为零 $$V_2=0$$

球的电势 $$V_1=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{R_1}-\frac{q}{R_2}\right)$$

例 9-15 有两块面积很大的导体薄板 a、b 平行放置，它们的面积均为 S，距离为 d（图 9-34）。若给 a 板电荷 Q_a，b 板电荷 Q_b，

(1)求导体板四个表面的电荷分布、空间的场强分布及两板之间的电势差；

(2) 若将 b 板接地，再求电荷分布、场强分布及两板的电势差。

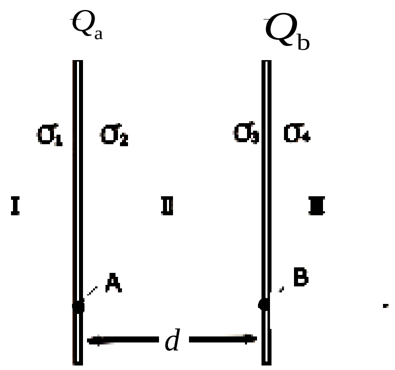


图 9-34 无限大带电平行导体平板

解(1) 不考虑边缘效应，静电平衡时电荷将分布在导体板的表面上,从而形成四个均匀带电平面，设电荷面密度分别为 σ_1、σ_2、σ_3、σ_4。由电荷守恒定律可知

$$\sigma_1+\sigma_2=\frac{Q_a}{S} \qquad (1)$$

$$\sigma_3+\sigma_4=\frac{Q_b}{S} \qquad (2)$$

由静电平衡条件，导体板内的 A 点和 B 点的场强应为零。以向右为正，

$$E_A=\frac{1}{2\varepsilon_0}(\sigma_1-\sigma_2-\sigma_3-\sigma_4)=0 \qquad (3)$$

同理，B 点场强为

$$E_B=\frac{1}{2\varepsilon_0}\left(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3-\sigma_4\right)=0 \tag{4}$$

联立以上四式可得

$$\sigma_1=\sigma_4=\frac{Q_{\mathrm{a}}+Q_{\mathrm{b}}}{2S},\sigma_2=-\sigma_3=\frac{Q_{\mathrm{a}}-Q_{\mathrm{b}}}{2S}$$

a 板左边的场强

$$E_{\mathrm{I}}=\frac{1}{2\varepsilon_0}\left(-\sigma_1-\sigma_2-\sigma_3-\sigma_4\right)=-\frac{Q_{\mathrm{a}}+Q_{\mathrm{b}}}{2\varepsilon_0 S}$$

两板之间的场强

$$E_{\mathrm{II}}=\frac{1}{2\varepsilon_0}\left(\sigma_1+\sigma_2-\sigma_3-\sigma_4\right)=\frac{Q_{\mathrm{a}}-Q_{\mathrm{b}}}{2\varepsilon_0 S}$$

b 板右边的场强

$$E_{\mathrm{III}}=\frac{1}{2\varepsilon_0}\left(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3+\sigma_4\right)=\frac{Q_{\mathrm{a}}+Q_{\mathrm{b}}}{2\varepsilon_0 S}$$

以上三式中若 $E>0$，表示场强向右，$E<0$，表示场强向左。读者可以验证一下，上述三个区间的场强与附近导体表面电荷密度的关系均满足 $E=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$。两板之间的电势差

$$U_{\mathrm{ab}}=\int_{\mathrm{a}}^{\mathrm{b}}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=E_{\mathrm{II}}d=\frac{Q_{\mathrm{a}}-Q_{\mathrm{b}}}{2\varepsilon_0 S}d$$

(2) 若将 b 板接地，地面可考虑作一个延伸到无穷远处的导体，若以无穷远处作为电势零点，则地面和接地的导体电势均为零。此时 b 板右表面的电荷应为零即

$$\sigma_4=0$$

此时问题（1）中的（2）式由于 b 板和地面交换电荷已经不成立了，而（1）、（3）、（4）式仍成立。注意到已有 $\sigma_4=0$，可解得

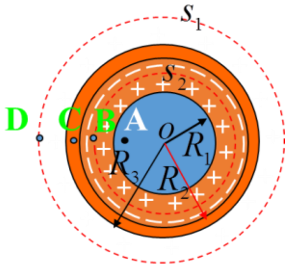
$$\sigma_1=\sigma_4=0，\sigma_2=-\sigma_3=\frac{Q_{\mathrm{a}}}{S}$$

即电荷分布集中于两导体板的内侧，且**两板所电荷量等值异号**,进而可求出三个区域此时的场强为

$$E_{\mathrm{I}}=E_{\mathrm{III}}=0，E_{\mathrm{II}}=\frac{Q_{\mathrm{a}}}{\varepsilon_0 S}$$

两板间的电势差为 $$U_{\mathrm{ab}}=E_{\mathrm{II}}d=\frac{Q_a}{\varepsilon_0 S}d$$

课堂训练：带有电荷$+q$，半径为R_1的实心导体球，同心地罩上一个带电$+q$，内径为R_2，外径为R_3的导体球壳。试求：（1）静电平衡时内球和球壳的电荷分布；（2）如图所示，A、B、C、D 处的场强和电势；（3）用导线把内球和球壳相连，此时的电荷分布及 A、B、C、D 处的场强和电势又如何？



解：（1）据静电平衡条件和高斯定理有：内球：电荷$+q$均匀分布在球面；球壳：内表面均匀分布$-q$； 外表面均匀分布$+2q$。

（2）由高斯定理，可算得：

$$E_1 = 0 \quad (r < R_1) \quad E_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad (R_1 < r < R_2)$$

$$E_3 = 0 \quad (R_2 < r < R_3) \quad E_4 = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad (r > R_3)$$

$$V_1 = \int_r^{R_1} \vec{E}_1 \cdot d\vec{r} + \int_{R_1}^{R_2} \vec{E}_2 \cdot d\vec{r} + \int_{R_2}^{R_3} \vec{E}_3 \cdot d\vec{r} + \int_{R_3}^{\infty} \vec{E}_4 \cdot d\vec{r}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_1} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} + \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 R_3} \quad (r < R_1)$$

$$V_2 = \int_r^{R_2} \vec{E}_2 \cdot d\vec{r} + \int_{R_2}^{R_3} \vec{E}_3 \cdot d\vec{r} + \int_{R_3}^{\infty} \vec{E}_4 \cdot d\vec{r}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} + \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 R_3} \quad (R_1 < r < R_2)$$

$$V_3 = \int_r^{R_3} \vec{E}_3 \cdot d\vec{r} + \int_{R_3}^{\infty} \vec{E}_4 \cdot d\vec{r} = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 R_3} \quad (R_2 > r > R_3)$$

$$V_4 = \int_r^{\infty} \vec{E}_4 \cdot d\vec{r} = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 r} \quad (r > R_3)$$

所以 $$E_A = 0, \quad E_B = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_B^2}, \quad E_C = 0, \quad E_D = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 r_D^2}$$

$$V_A = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_1} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} + \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$$

$$V_B = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_B} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} + \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$$

$$V_C = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}，\quad V_D = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 r_D}$$

（3）用导线把内球与球壳相连，则内球与球壳连成一导体整体。静电平衡时，电荷只分布于导体表面，故内球表面和球壳内表面都不带电，$+2q$ 电荷均匀分布与球壳外表面，导体内场强为零，整个导体是一等势体，即

$$E_A = E_B = E_C = 0$$

$$V_A = V_B = V_C = \int_{R_3}^{\infty} \vec{E}_4 \cdot d\vec{r} = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$$

$$E_D = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 r_D^2}，\quad V_D = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 r_D}$$

9.6 静电场中的电介质

9.6.1 电介质的极化

电介质通常是指不导电的绝缘介质。在电介质内没有可以自由移动的电荷（自由电子），但是，在外电场作用下，电介质内的正、负电荷仍可作微观的相对移动，结果，在电介质内部或表面出现带电现象。这种电介质在外电场作用下出现的带电现象称为电介质的极化。电介质极化所出现的电荷称为极化电荷。极化电荷不能离开电介质而转移到带电体上，也不能在电介质内部自由运动，所以又叫做束缚电荷。本章只简要介绍均匀电介质的极化现象。

1 两类电介质

在电介质中，电子受原子核的强烈束缚，因而在常态下，电介质内部自由电子很少，可认为没有自由电子。为研究极化过程，常将分子中的正负电荷看作分别集中在两个几何点上，这两个点分别叫做正负电荷“中心”。在无外电场时，有些电介质的分子（如 H_2、CH_4 等）正、负电荷的中心是重合的[图 9-35（a）]，这类电介质称为**无极分子电介质**；有些电

介质的分子（如 HCl、H_2O、NH_3 等）正、负电荷的中心不相重合，构成一等效的电偶极子（称为分子偶极子），这类电介质称为**有极分子电介质。**

2 电介质的极化

无极分子电介质在外电场作用下，分子的正负电荷中心将发生相对位移，形成电偶极子，相应的电偶极矩 $\vec{p}_e$ 方向都沿着外电场 $\vec{E}_0$ 方向，如图 9-35（b）所示。对一块电介质整体来说，由于电介质中每一个分子都形成电偶极子，所以它们在电介质中排列如图 9-35（c），在

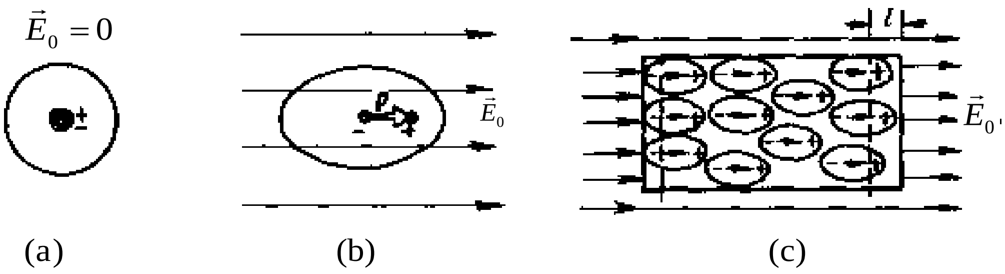


图 9-35 无极分子极化示意图

电介质内部，相邻电偶极子的正负 匀电介质来说，其内部仍是电中性的，但在和外电场垂直的两个端面层里将分别出现正电荷和负电荷。这类极化是由于电荷中心位移引起的叫位移极化。

有极分子电介质虽然有分子偶极子，整块电介质可以看成是无数的分子偶极子的聚集体。在没有外电场时，由于分子的无规则热运动，各个分子偶极子的排列是杂乱无章的，如图 9-36（a）所示，电介质宏观不显电性。当有外电场时，每个分子偶极矩都受到电场力矩的作用，如图 9-36（b）所示，从而使其电偶极矩 $\vec{p}_e$ 的取与外电场 $\vec{E}_0$ 的方向趋于一致。这样在和外电场垂直的两个端面层里也将分别出现正电荷和负电荷[图 9-36（c）]。这种极化叫取向极化。有极分子电介质也存在位移极化，只是比取向极化弱得多。

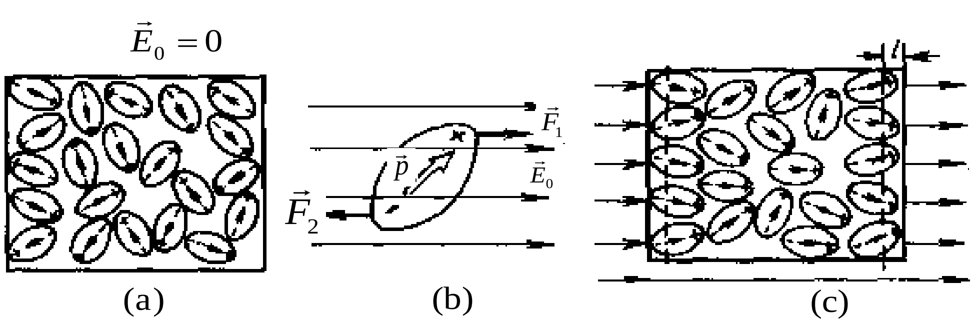


图 9-36 有极分子极化示意图

9.6.2 电介质对电场的影响

电介质极化后，在电介质内将产生与外电场 $\vec{E}_0$ 方向相反的附加电场 $\vec{E}'$。由于束缚电荷的活动不能超出原子范围以及分子热运动的缘故，均匀介质两端表面出现的极化电荷的数量比导体因静电感应在两端表面出现的感应电荷要少得多。因此在电介质内部，极化电荷产生的附加电场 $\vec{E}'$ 与外电场 $\vec{E}_0$ 叠加的结果，会使介质内部的电场削弱，即 $E = E_0 - E' < E_0$，但不会完全抵消而变为零。经实验测定，对于平行板电容器、圆柱形电容器和球形电容器等常见电容器，如在两极板之间是真空，自由电荷激发的场强大小为 E_0，在极板之间的空间引入均匀电介质后，介质内的场强大小 E 将削弱为 E_0 的 ε_r 分之一即

$$E = E_0 - E' = \frac{E_0}{\varepsilon_r} \qquad (9\text{-}31)$$

式中 ε_r 称为电介质的**相对介电常数，**为没有单位的纯数。真空中的 $\varepsilon_r = 1$，空气中的 $\varepsilon_r = 1.005$，可认为近似等于 1，其它电介质的 ε_r 都大于 1。相对介电常数 ε_r 和真空介电常数 ε_0 的乘积，即 $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ 称为电介质的**绝对介电常数，**简称为**介电常数。**

9.6.3 $\vec{D}$ 矢量 有电介质时的高斯定理

有电介质时，空间各点的总场强 $\vec{E}$ 是自由电荷激发的场强 $\vec{E}_0$ 和极化电荷激发的附加电场 $\vec{E}'$ 叠加的结果，即 $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$。所以有电介质时高斯定理表达为

$$\oiint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{\sum q_{0i} + \sum q_i'}{\varepsilon_0}$$

式中 $\sum q_{0i}$ 和 $\sum q_i'$ 分别为高斯面 S 内自由电荷和极化电荷的代数和。引入极化强度 $\vec{P}$（单位体积内分子电偶极矩 $\vec{p}_e$ 的矢量和），即

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}_{ei}}{\Delta V} \qquad (9\text{-}32)$$

利用极化强度与极化电荷的关系：

$$\oiint_S \vec{P} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = -\sum q_i'$$

以及在各向同性电介质中任一点，极化强度 $\vec{P}$ 和电场强度 E 的关系：

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E} \qquad (9\text{-}33)$$

式中 χ 是介质的极化率。

则高斯定理可改写为

$$\oiint_S \left(\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}\right)\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\sum q_{0i}$$

引入一个辅助物理量**电位移矢量**，符号用 $\vec{D}$，在各向同性电介质中，

$$\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P} \qquad (9\text{-}34)$$

就得到

$$\oiint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\sum_i q_{0i} \qquad (9\text{-}35)$$

式（9-35）就是有电介质时的高斯定理：在静电场中，通过任意闭合曲面的电位移通量等于该闭合曲面内包围的自由电荷的代数和。

式（9-34）表示了电场中任一点处 $\vec{D},\vec{E},\vec{P}$ 三个矢量的关系，对任何电介质都适用。在各向同性的电介质中，$\vec{D},\vec{E},\vec{P}$ 三个量方向相同，结合（9-33）式，则有

$$\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}=\varepsilon_0\left(1+\chi\right)\vec{E}$$

令 $\varepsilon_r=\left(1+\chi\right)$ 叫电介质的相对介电常数，则

$$\vec{D}=\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}=\varepsilon\vec{E} \qquad (9\text{-}36)$$

$$\because \varepsilon_{\mathrm{r}}>1 \quad \therefore \vec{E}<\vec{E}_0$$

介质中的场强小于真空中的场强.这是因为介质上的极化电荷在介质中产生的附加电场 E' 与 E_0的方向相反而减弱了外电场的缘故.。

有电介质时的高斯定理的应用和真空中高斯定理的应用基本相同，主要用于当电荷和电介质分布（**1**） 具有球对称性；（**2**） 具有轴对称性且沿轴向均匀分布；（**3**） 具有平面对称性且沿平面方向均匀分布。可以首先由有电介质时的高斯定理解出 $\vec{D}$，结合（9-36）式，解出 $\vec{E}$。$\vec{D}$ 的单位为库 / 米 ^{2}（$\mathrm{C/m^2}$）。

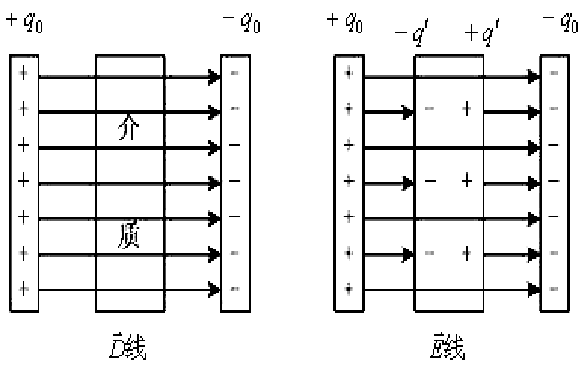


图 9-37 电位移线和电场线的区别

注意 1. 电位移线是从正的自由电荷出发，终止于负的自由电荷；而电场线是可起迄各种正、负电荷，包括自由电荷和极化电荷。如：平行板电容器情况（不计边缘效应）(图9-37)。

2. 通过任意闭合曲面的电位移通量只与自由电荷有关，而与极化电荷无关，而$\vec{D}$与自由电荷和极化电荷均有关。

例 9-16 如图 9-38 所示：一平行板电容器的极板面积为 S，板间距离 d，电势差为 U. 两极板间平行放置一层厚度为 t，相对介电常数为 ε_r 的电介质. 试求：(1)极板上的电量 Q；(2)两极板间的电位移 D 和场强 E。

解：取图示园柱形高斯面

$$\therefore \oiint_S \overline{D}\cdot \mathrm{d}\overline{S} = D\Delta S$$

$$\because \sum q = \sigma\Delta S$$

$$\therefore D = \sigma = \frac{Q}{S}$$

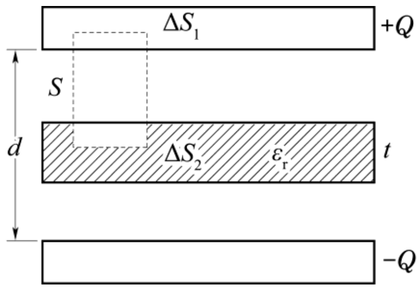


图 9-38 例 9-16 图

Q是正极板上的电量，待求.

在真空间隙中 $E_1 = \dfrac{D}{\varepsilon_0} = \dfrac{Q}{\varepsilon_0 S}$

在介质中 $E_2 = \dfrac{D}{\varepsilon} = \dfrac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_r} = \dfrac{Q}{\varepsilon_0\varepsilon_r S}$

$$\therefore U = E_1(d-t) + E_2 t = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}(d-t) + \frac{Q}{\varepsilon_0\varepsilon_r S}t = \frac{Qd}{\varepsilon_0 S}(1-\frac{t}{d}\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r})$$

$$Q = \frac{\varepsilon_0 SU}{d}[\frac{\varepsilon_r d}{\varepsilon_r(d-t)+t}] = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r SU}{\varepsilon_r(d-t)+t}$$

把 $Q = \dfrac{\varepsilon_0\varepsilon_r SU}{\varepsilon_r(d-t)+t}$ 代入上述 $E_1 = \dfrac{Q}{\varepsilon_0 S}$ 和 $E_2 = \dfrac{Q}{\varepsilon_0\varepsilon_r S}$ 得

$$E_1 = \frac{\varepsilon_r U}{\varepsilon_r(d-t)+t} \qquad E_2 = \frac{U}{\varepsilon_r(d-t)+t} \qquad D = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r U}{\varepsilon_r(d-t)+t}$$

作业：18、19、20