

第 41 讲 薄膜干涉 劈尖干涉 牛顿环

教学要求:

掌握等倾干涉及其应用——增透膜, 增反膜; 掌握等厚干涉及其应用、劈尖膜、牛顿环。

重点与难点:

重点: 等倾干涉及其应用、等厚干涉及其应用。

难点: 等倾干涉及其应用、等厚干涉及其应用。

14.4 薄膜干涉

在日常生活中, 我们常见到在阳光的照射下肥皂泡、水面上的油膜呈现出五颜六色的花纹。这是光波在膜的上、下表面反射后相互叠加所产生的干涉现象, 称为**薄膜干涉**。由于反射波和透射波的能量都是由入射波分出, 而波的能量与振幅有关, 所以**薄膜干涉属于分振幅法获得相干波的干涉**。

14.4.1 等倾干涉

我们先讨论光线入射在厚度均匀的薄膜上产生的干涉现象, 其干涉条纹称等倾干涉条纹。如图 14-11 所示, 在折射率为 n' 的均匀介质中, 有一均匀透明的平行平面介质薄膜折射率为 n 、膜厚为 e , 设 $(n > n')$, 波长为 λ 的单色光以入射角 i 投射到薄膜上表面 A 点, 一部分在 A 点反射 (光线 1), 另一部分射进薄膜在下界面反射, 再经上界面折射而出 (光线 2)。显然, 光束 1、2 是平行光。它们经透镜 L 会聚后在点 P 。因为 1、2 光是同一入射光的两部分, 但经历了不同的路径而有恒定的位相差, 所以二者是相干光, 它们在透镜 L 的焦平面上点 P 叠加而干涉。它们的能量也是从同一条入射光线发出来的, 由于波的能量与振幅有关, 故是用分振幅法产生相干光的。下面我们用光程差概念来分析薄膜干涉的加强和减弱条件。

1 光程差的计算

两束光的路径分别为 ANP 和 $ABCP$, 过 C 点作 CN 垂直于光束 1。根据透镜的等光程性, 光程 NP 等于光程 CP , 并考虑到反射光 1 有半波损失, 反射光 2 无半波损失, 两束光之间有附加光程差, 所以它们的光程差为

$$\Delta = n(AB + BC) - n'AN + \frac{\lambda}{2}$$

考虑到 $AB = BC = \frac{e}{\cos \gamma}$, $AN = AC \sin i = 2e \tan \gamma \sin i$

根据折射定律 $n' \sin i = n \sin \gamma$, 得

$$\begin{aligned} \Delta &= 2n \frac{e}{\cos \gamma} - 2n' e \tan \gamma \sin i + \frac{\lambda}{2} = 2n \frac{e}{\cos \gamma} (1 - \sin^2 \gamma) + \frac{\lambda}{2} \\ &= 2ne \cos \gamma + \frac{\lambda}{2} = 2e \sqrt{n^2 - n'^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} \end{aligned} \quad (14-16)$$

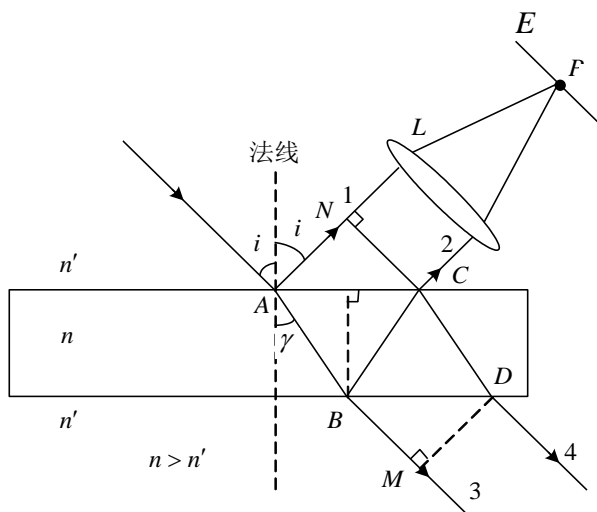


图 14-11 薄膜的干涉

2 干涉条纹分析

从式(14-16)和式(14-15)有

$$\Delta = 2e \sqrt{n^2 - n'^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\dots) \quad (\text{明纹}) \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & (k=0,1,2,\dots) \quad (\text{暗纹}) \end{cases} \quad (14-17)$$

当光垂直入射(即 $i=0$) 时

$$\Delta = 2ne + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\dots) \quad (\text{明纹}) \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & (k=0,1,2,\dots) \quad (\text{暗纹}) \end{cases} \quad (14-18)$$

对于透射光而言, 也有干涉现象。对图 14-11 情形, 光线 3 是直接透射而来的, 光线 4 是在 B 点和 C 点经两次反射再折射出来, 而两次反射都是由光密介质入射到光疏介质反射的, 所以不存在反射时的附加光程差, 因此, 这两束透射光的光程差是

$$\Delta = 2e \sqrt{n^2 - n'^2 \sin^2 i} \quad (14-19)$$

和式(14-17)相比较, 可见反射光相互加强时, 透射光相互减弱; 当反射光相互减弱时,

透射光将相互加强，两者是互补的。从能量角度来看，干涉现象引起了能量的重新分布。应当注意：透射光之间的附加光程差与反射光之间的附加光程产生的条件恰好相反，当反射光之间有 $\frac{\lambda}{2}$ 的附加光程差时，透射光之间则没有；反之，若反射光之间没有附加光程差时，透射光之间却有 $\frac{\lambda}{2}$ 的附加光程差。

由式 (14-17) 可知，对**厚度均匀的薄膜**，两相干光的光程差仅取决于入射角 i 。因此以同一倾角 i 入射的所有光线，经膜的上、下表面反射后产生的光束都有相同的光程差，从而对应于干涉条纹中的同一条纹，故称此类干涉为**等倾干涉**。

本节公式是从折射率为 n 的均匀透明的平行平面介质薄膜处于折射率为 n' ($n > n'$) 的均匀介质中的情况推导出的，实际上，一般的薄膜干涉可能涉及到三种不同的介质，反射光 1、2 之间或透射光 3、4 之间是否有附加光程差 $\lambda/2$ ，必须具体分析（见**问题 14-6**）。

例 14-4 一油轮漏出的油(折射率 $n_2 = 1.20$)污染了某海域，在海水($n_3 = 1.33$)表面形成一层厚度 $e = 460\text{nm}$ 的薄薄的油污。(1)如果太阳正位于海域上空，一直升机的驾驶员从驾驶室向下观察，他看到的油层呈什么颜色?(2)如果潜水员潜入该区域水下向上观察，又将看到油层呈什么颜色?

解 这是一个薄膜干涉的问题，太阳垂直照射到海面上，驾驶员和潜水员所看到的分别是反射光干涉和透射光干涉的结果。光呈现的颜色应该是能够实现干涉相长的单色光的颜色。

(1) 由于油层的折射率 n_2 小于海水的折射率 n_3 但大于空气的折射率 n_1 ，在油层上、下表面反射的光均有半波损失，两反射光之间无附加光程差，它们的光程差为 $\Delta_1 = 2n_2e$ 。

当 $\Delta_1 = k\lambda$ 或 $\lambda = \frac{2n_2e}{k}$ ($k=1, 2, \dots$) 时，反射光干涉相长。

把 $n_2 = 1.20$ 、 $e = 460\text{nm}$ 代入，得干涉加强的光波波长为

$$k=1, \lambda = 2n_2e = 1104\text{nm}; \quad k=2, \lambda = n_2e = 552\text{nm}; \quad k=3, \lambda = \frac{2}{3}n_2e = 368\text{nm}$$

在可见范围内，波长为 **552nm** 的绿光满足反射光干涉相长条件，所以，驾驶员将看到油膜呈绿色。

(2) 两束透射光，其中直接透射的光无半波损失，而另一束在下界面反射时有半波损失，所以两者之间有附加光程差， $\Delta_2 = 2n_2e + \frac{\lambda}{2}$ ，当 $\Delta_2 = k\lambda$ 或 $\lambda = \frac{2n_2e}{k-1/2}$ ($k=1, 2, \dots$)

时，反射光干涉相长。由此得

$$k=1, \lambda = \frac{2n_2e}{1-\frac{1}{2}} = 2208\text{nm}; \quad k=2, \lambda = \frac{2n_2e}{2-\frac{1}{2}} = 736\text{nm};$$

$$k = 3, \lambda = \frac{2n_2 e}{3 - \frac{1}{2}} = 441.6\text{nm}; \quad k = 4, \lambda = \frac{2n_2 e}{4 - \frac{1}{2}} = 315.4\text{nm}$$

在可见范围内，波长为 736nm 的红光和 441.6nm 的紫光满足透射光干涉相长条件，所以，潜水员看到的油膜呈紫红色。

14.4.2 增反膜与增透膜

利用薄膜干涉可以测定薄膜的厚度或波长，除此之外，还可用以提高光学仪器的透射率或反射本领。一般说来，光射到光学元件表面时，其能量要分成反射与透射两部分，于是透射过来的光能或反射出的光能都要相对原光能减少。例如，一个由六个透镜组成的高级照相机，因光的反射而损失的能量约占一半左右。因此在现代光学仪器中，例如，激光器中的反射镜要求对某种频率的单色光的反射率在 99% 以上，为了增强反射能量，常在玻璃表面上镀一层高反射率的透明薄膜，利用薄膜上、下表面反射光的光程差满足干涉相长条件，从而使反射光增强，这种薄膜称为增反膜。由于反射光能量约占入射光能量的 5% 左右，为了增加反射率，往往在玻璃表面上交替镀上折射率高低不同的多层介质薄膜，以增加反射光的强度，一般镀到 13 层，有的高达 17 层，宇航员头盔和面甲上都镀有对红外线具有高反射率的多层膜，以屏蔽宇宙空间中极强的红外线照射。

增反膜的条件是使垂直入射的单色光在薄膜上、下表面反射时，光程差符合相长条件。

而有些光学仪器（如照相机镜头、透镜等）却希望减少反射损失以增加透射光的强度，满足这样条件的薄膜称为**增透膜**。

增透膜的条件是使垂直入射的单色光在薄膜上、下表面反射时，光程差符合干涉相消条件。

例 14-5 如图 14-12 所示，在玻璃表面镀上一层 MgF_2 薄膜，使从空气垂直入射的波长为 $\lambda = 5500 \text{ \AA}$ 的绿光最大限度地通过。求膜的最小厚度。（有关介质的折射率如图）

解 设光垂直入射增透膜，欲使透射光增强，则膜的上、下两表面反射光（之间无附加光程差）应满足干涉相消条件，即

$$2n_2 e = (k + \frac{1}{2})\lambda \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

$$e = \frac{(k + \frac{1}{2})\lambda}{2n_2} = \frac{k\lambda}{2n_2} + \frac{\lambda}{4n_2}$$

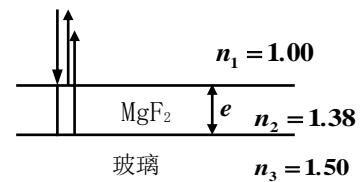


图 14-12 例 14-5 图

令 $k=0$ ，得膜的最小厚度

$$e_{\min} = \frac{\lambda}{4n_2} = 996 \text{ \AA}$$

当 k 为其它整数时，也都满足干涉相消条件。

14.5 劈尖干涉 牛顿环

我们在此讨论光线入射在厚度不均匀的薄膜上所产生的干涉现象，其干涉条纹称等厚干涉条纹。

14.5.1 劈尖干涉

如图 14-13 (a) 所示， G_1 、 G_2 为两片平板玻璃（折射率为 n_1 ），一端接触，一端被一直径为 D 的细丝隔开， G_1 、 G_2 夹角 θ 很小，在 G_1 的下表面与 G_2 的上表面间形成空气薄层（或其它介质薄层，如流体、固体层等）（折射率为 n ），此装置称为**劈尖**，两玻璃板接触为劈尖棱边。

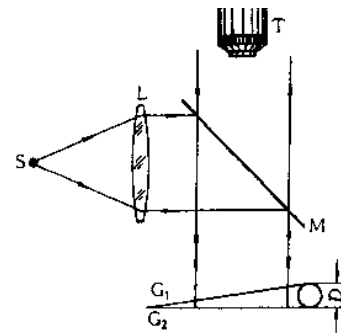
图 14-13 (a) 中 M 为以倾斜 45° 角放置的半透明半反射镜， L 为透镜， T 为显微镜。单色光源发出的光经透镜 L 后成为平行光，经 M 反射后垂直射向劈尖（入射角 $i \approx 0$ ）。自空气劈尖上、下两面反射的光相互干涉。从显微镜 T 中可观察到一组与棱边平行的明暗交替、均匀分布的直条纹，如图 14-13 (b) 所示。

1 干涉条纹分析

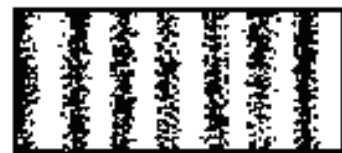
考虑劈尖上厚度为 e 处，当 $i \approx 0$ 时，劈尖上、下两面反射的两相干光的光程差为

$$\Delta = 2ne + \frac{\lambda}{2}$$

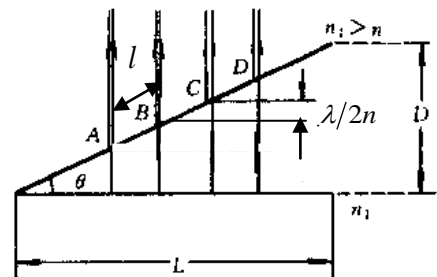
由于从空气劈尖的上表面（即玻璃—空气分界面）和从空气劈尖的下表面（即空气—玻璃分界面）反射的情况不同，有附加的半波长光程差。于是两表面反射光的干涉条件是



(a) 观察劈尖干涉的装置



(b) 干涉条纹



(c) 劈尖干涉条纹的形成

图 14-13 劈尖干涉

$$\Delta = 2ne + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\dots) \quad (\text{明纹}) \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & (k=0,1,2,\dots) \quad (\text{暗纹}) \end{cases} \quad (14-20)$$

由此可见，凡劈尖上厚度相同的地方，两反射光的光程差都相等，都与一定的明纹或暗纹的 k 值相对应，也即同一级条纹，无论是明纹还是暗纹，都出现在厚度相同的地方，劈尖干涉条纹是平行于棱边且位于劈表面明暗相间的直条纹，如图 14-13 (b)。将这种与等厚度相对应的干涉现象称为**等厚干涉**。此外，在棱边处， $e=0$ 时， $\Delta = \frac{\lambda}{2}$ ，故为暗条纹，这在实际观察的结果相一致，也成为“半波损失”的又一有力证据。

两相邻明纹（或暗纹）对应的厚度差为[图 14-13(c)]

$$\Delta e = e_{k+1} - e_k = \frac{\lambda}{2n} \quad (14-21)$$

式(14-21)说明，任何两相邻明纹（或暗纹）之间的空气隙厚度差为 $\frac{\lambda}{2n}$ 。所以，在某处的空气膜厚改变 $\frac{\lambda}{2n}$ 的过程中，将观察到该处干涉条纹由亮逐渐变暗后又逐渐变亮（或由暗逐渐变亮后又逐渐变暗），好像干涉条纹移动了一条似的。若观察到干涉条纹移动了 N 条，则该处的空气膜厚度将改变 $N \frac{\lambda}{2n}$ 的距离。干涉膨胀仪测量样品微小长度的变化就是根据这一原理制成的。

两相邻明纹（或暗纹）间距[图 14-13(b)]

$$l = \frac{\Delta e}{\sin \theta} = \frac{\lambda}{2n \sin \theta} \approx \frac{\lambda}{2n\theta} \quad (14-22)$$

式(14-22)说明，对一定波长的单色光入射，劈尖的两相邻明纹（或暗纹）间距 l 仅与楔角 θ 有关。 θ 愈小，则 l 愈大，干涉条纹愈稀疏； θ 愈大，则 l 愈小，干涉条纹愈密集。因此，只能在 θ 很小的劈尖上方可观察到清晰的干涉条纹，否则，干涉条纹将密得无法分辨。

2 劈尖干涉的应用

(1) 测细丝直径

由图 14-13 (a) 与式 (14-22) 可知

$$\theta \approx \frac{D}{L}, \quad \theta \approx \frac{\lambda}{2nl} \quad \text{得} \quad D = \frac{\lambda}{2nl} L$$

如已知细丝的直径，则可以算出劈尖的夹角，故劈尖还可以作为测量微小角度的工具。

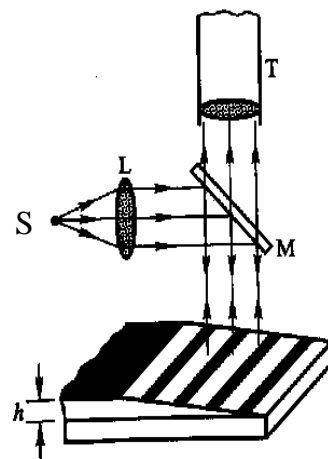


图 14-15 二氧化硅薄膜的厚度的测定

(2) 测很小的移动量

如图 14-13(a), 如果使下面一块玻璃板 G_2 固定, 而将上面一块玻璃板 G_1 向上平移, 由于等厚干涉条纹所在处空气膜的厚度要保持不变, 故它们相对于玻璃板将整体向左平移, 并不断地从右边生成, 在左边消失。相对于一个固定的考察点, 每移过一个条纹, 表明上板向上移动了 $\frac{\lambda}{2}$, 由此可以测很小的移动量 (如零件的热膨胀, 材料受力时的形变等)。

(3) 测薄膜厚度

在制造半导体元件时, 经常要在硅片上生成一层很薄的二氧化硅 (SiO_2) 膜, 要测量其厚度, 这时可用化学方法把二氧化硅薄膜一部分腐蚀掉, 使其成劈尖状 (如图 14-15)。用已知波长的单色光垂直照射到二氧化硅的劈尖上, 在显微镜里读出干涉条纹的数目, 就可求出二氧化硅薄膜的厚度。

例 14-6 利用劈尖干涉可以测量微小角度. 如图 14-16 所示, 折射率 $n=1.4$ 的劈尖在某单色光的垂直照射下, 测得两相邻明条纹之间的距离是 $l=0.25 \text{ cm}$. 已知单色光在空气中的波长 $\lambda=700\text{nm}$, 求劈尖的顶角 θ .

解: 如图: 按明条纹出现的条件, e_k 和 e_{k+1} 应满足下列两式:

$$\begin{aligned} 2ne_k + \frac{\lambda}{2} &= k\lambda \\ 2ne_{k+1} + \frac{\lambda}{2} &= (k+1)\lambda \end{aligned}$$

$$n(e_{k+1} - e_k) = \frac{\lambda}{2} \quad e_{k+1} - e_k = \frac{\lambda}{2n}$$

由图 14-16 $l \sin \theta = e_{k+1} - e_k \quad \therefore \sin \theta = \frac{\lambda}{2nl}$

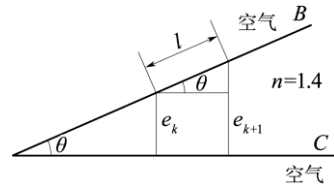


图 14-16 例 14-6 图

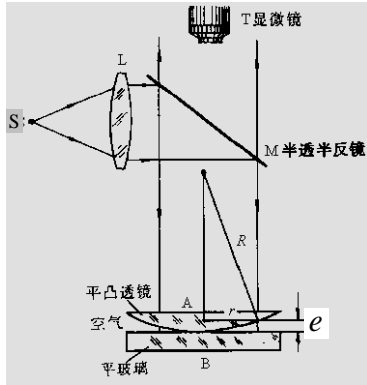
将 $n=1.4$, $l=0.25 \text{ cm}$, $\lambda=700\text{nm}$, 统一单位代入得

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{2nl} = \frac{7 \times 10^{-5}}{2 \times 1.4 \times 0.25} = 10^{-4}$$

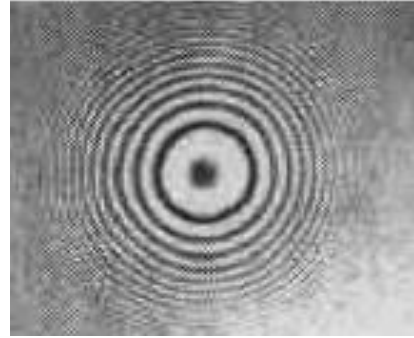
因 $\sin \theta$ 很小, 所以, $\theta \approx \sin \theta = 10^{-4} \text{ rad}$

14.5.2 牛顿环

将一曲率半径较大的平凸透镜 A 叠放在一块平的玻璃片 B 上, 如图 14-17 (a) 所示, 则构成一个上表面为球面、下表面为平面的空气劈尖 (折射率为 n), 该空气劈尖的等厚线



(a) 观察牛顿环的仪器简图



(b) 牛顿环的照片

图 14-17 牛顿环

是以接触点 O 为圆心的圆周。所以用单色平行光垂直照射平凸透镜时，由于空气薄层上、下表面两反射光发生干涉，在空气薄层的上表面就可以观察到一组以接触点 O 为中心的明暗相间的同心圆环的干涉条纹，称为**牛顿环**，如图 14-17 (b) 所示，显然这种干涉为等厚干涉。

下面我们来计算各明暗环的半径 r 、平凸透镜的半径 R 及波长 λ 三者之间的关系，由于空气薄层的任一厚度 e 处，上、下表面两反射光的相干条件为

$$\Delta = 2ne + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\dots) & \text{(明纹)} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & (k=0,1,2,\dots) & \text{(暗纹)} \end{cases} \quad (14-23)$$

由图 14-18 中的直角三角形得到

$$r^2 = R^2 - (R-e)^2 = 2Re - e^2$$

平凸透镜的半径 R 一般为米的量级，而膜厚 e 一般为微米量

级，故上式后一项 e^2 可忽略，得

$$e = \frac{r^2}{2R} \quad (14-24)$$

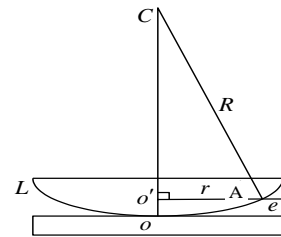


图 14-18 牛顿环半径计算

将式 (14-24) 代入式 (14-23)，得到**明环**和**暗环**半径公式

$$r_k = \sqrt{\frac{(2k-1)R\lambda}{2n}} \quad (k=1,2,\dots) \quad \text{明环} \quad (14-25)$$

$$r_k = \sqrt{\frac{kR\lambda}{n}} \quad (k=0,1,2,\dots) \quad \text{暗环} \quad (14-26)$$

式 (14-25) 表明， $k=1,2,\dots$ 依次为一级明纹、二级明纹 \dots ，式 (14-26) 表明， $k=0,1,2,\dots$

依次为零级暗纹、一级暗纹、二级暗纹…； k 值越大，环的半径 r_k 越大，但相邻明环（或暗环）的半径之差越小，也即离开中心愈远，光程差增加愈快，所看到的牛顿环也愈来愈密。

在平凸透镜与平板玻璃的接触点 O 处，因薄膜厚度 $e = 0$ 处，由于半波损失，故牛顿环的中心是一个暗斑（因实际接触处不可能是点而是圆面），也称零级暗纹。应用牛顿环装置可以测量平凸透镜的曲率半径和光的波长。实际测量平凸透镜的曲率半径 R 的方法是分别测出两个暗环的半径 r_k 和 r_{k+m} ，代入式（14-26）后，即可联立导出

$$R = \frac{r_{k+m}^2 - r_k^2}{m\lambda} \quad (14-27)$$

本节介绍的两种干涉现象，在透射光中也可以观察到。但透射光干涉的明暗纹条件恰好与反射光相反。所以在空气膜中的牛顿环中用透射光观察，中心处为一亮斑。

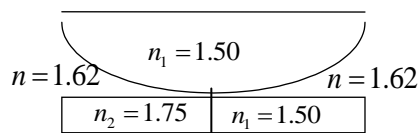


图 14-19 问题 14-10 图

例 14-7 在空气(取 $n = 1$)牛顿环中，用波长为 λ 的单色光垂直入射，测得第 k 个暗环半径为 r_k 第 $k+m$ 个暗环半径为 r_{k+m} 。求曲率半径 R 。

解 牛顿环第 k 个暗环半径为 $r_k = \sqrt{kR\lambda}$

第 $k+m$ 个暗环半径为 $r_{k+m} = \sqrt{(k+m)R\lambda}$

解得 $R = \frac{r_{k+m}^2 - r_k^2}{m\lambda} = \frac{1}{m\lambda}(r_{k+m} - r_k)(r_{k+m} + r_k)$

注意 从理论上只要测得某一暗环半径，即可用式（14-26）计算透镜半径 R ，不过，由于存在灰尘或其它因素，致使中心 O 处两表面不是严格密接，所以采用本例的方法来测 R 。

例 14-8 在牛顿环实验中，透镜的曲率半径为 $5.0m$ ，圆平面直径为 2.0 cm 。

(1) 用波长 $\lambda = 589.3nm$ 的单色光垂直照射时，可看到多少干涉条纹？

(2) 若在空气层中充以折射率为 n 的液体，可看到 46 条明条纹，求液体的折射率(玻璃的折射率为 1.50)。

解： (1) 由牛顿环明环半径公式

$$r = \sqrt{\frac{(2k-1)}{2} R\lambda}$$

$$k = \frac{r^2}{R\lambda} + \frac{1}{2} = \frac{(1.0 \times 10^{-2})^2}{5 \times 5.893 \times 10^{-7}} + \frac{1}{2} = 34.4$$

看到 34 条明条纹.

(2) 若在空气层中充以液体, 则明环半径为

$$r = \sqrt{\frac{(2k-1)R\lambda}{2n}}$$

$$n = \frac{(2k-1)R\lambda}{2r^2} = \frac{(2 \times 46 - 1) \times 5 \times 5.893 \times 10^{-7}}{2 \times (1.0 \times 10^{-2})^2} = 1.33$$

可见牛顿环中充以液体后, 干涉条纹变密.

作业: 13、15、16