第42讲　迈克耳逊干涉仪　习题课

教学要求：

理解麦克耳孙干涉仪。

重点与难点：

重点：麦克耳孙干涉仪。

难点：麦克耳孙干涉仪。

14.6 迈克耳逊干涉仪

迈克耳逊干涉仪是由美国物理学家迈克耳逊在20世纪初期设计制成的。仪器利用分振幅法产生双光束干涉，用于精密测量，是科学研究和生产技术中广泛应用的精密仪器。迈克耳逊干涉仪的仪器结构如图14-18所示，M_1和M_2为两片精密磨光的平面反射镜，其中M_2是固定的，M_1由螺丝杆控制，可在支架上作微小的前后移动。G_1和G_2是两块材料相同、厚度相等的均匀平行玻璃片，G_1的下表面镀有半透明的薄膜，其作用是使入射光一半反射一半透射。G_1和G_2与M_1和M_2倾斜成45°角。

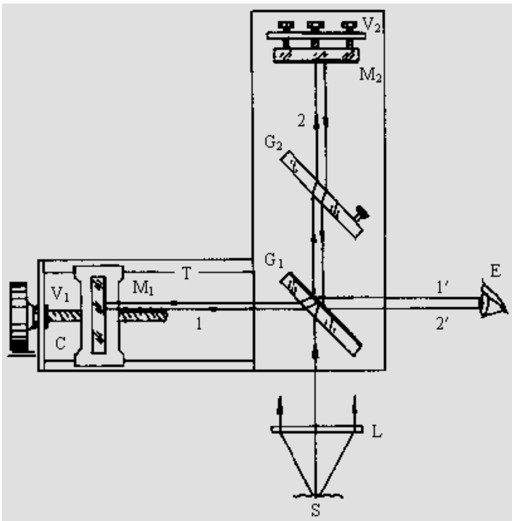


图14-18 迈克耳逊干涉仪结构图

来自光源S的光线，折射进入G_1后，一部分在半透膜上反射，向M_1传播，图中为光线1。光线1经M_1反射后，再通过G_1向E处传播，为光线1'；另一部分是经半透膜透射的光线2，经G_2向M_2传播，再反射回半透膜反射后向E处传播，即图中光线2'。显然1'、2'是相干光，在E处可以看到干涉条纹。G_2的目的是起补偿光程的作用。光线1前后共通过G_1三次，而光线2只通过G_1一次，有了G_2，使光线1和2分别三次穿过等厚的玻璃片，从而保证了光线1、2经过玻璃片的光程相等，因此G_2叫做**补偿片**。

平面镜M_2经G_1的半透膜形成虚像为M_2'，M_2反射的光线可看作是M_2'反射的，M_1和M_2'构成了一个空气薄膜，这相当于薄膜干涉。

若M_1、M_2不严格地相互垂直，则M_1与M_2'就不严格平行，在M_1与M_2'之间形成一劈尖，所以在E上可看到**等厚干涉条纹**。

若M_1、M_2严格地相互垂直，则M_1与M_2'严格地相互平行，因而M_1与M_2'之间形成一等厚的空气层，来自M_1与M_2'的光线$1'$和$2'$与在空气层两表面上反射的光线相类似，所以在E处可看到呈**环形的等倾干涉条纹**。

干涉条纹的位置取决于光程差。如果M_1平移$\dfrac{\lambda}{2}$距离，两束光的光程差变化λ，在视场中可看到移过一条明纹（或一条暗纹）。只要数出视场中明条纹或暗条纹移动数目N，就可算出平面镜M_1平移的距离

$$d = N\frac{\lambda}{2} \tag{14-17}$$

若已知波长，利用式（14-17），可以测定长度。因为光程差变化的数量级为光波波长的$\dfrac{1}{10}$时，干涉条纹就会发生可鉴别的移动，所以这种测量长度的方法是十分准确的。

例 14-9 在迈克耳孙干涉仪的两臂中，分别插入玻璃管，长为$l=10.0\mathrm{cm}$，其中一个抽成真空，另一个则储有压强为$1.013\times10^5\mathrm{Pa}$的空气，用以测量空气的折射率．设所用光波波长为 546nm，实验时，向真空玻璃管中逐渐充入空气，直至压强达到$1.013\times10^5\mathrm{Pa}$为止．在此过程中，观察到 107.2 条干涉条纹的移动，试求空气的折射率n．

解：设玻璃管 A 和 B 的管长为l，当 A 管内为真空、B 管内充有空气时，两臂之间的光程差为Δ_1；在 A 管内充入空气后，两臂间的光程差为Δ_2，其变化为

$$\Delta_2-\Delta_1=2(n-1)l$$

由于条纹每移动一条时所对应的光程差变化为一个波长，所以移动 107.2 个条纹时，对应的光程差的变化为

$$2(n-1)l=107.2\lambda$$

因此，空气的折射率为

$$n = 1 + \frac{107.2\lambda}{2l} = 1.0002927$$

习题课

第 14 章 光的干涉

课程内容

14.1 光源　光的相干性

14.2 杨氏双缝干涉实验

14.3 光程与光程差

14.4 薄膜干涉

14.5 劈尖干涉 牛顿环

14.6 迈克耳逊干涉仪

教学要求

了解光矢量；了解菲涅耳双棱镜实验、菲涅耳双镜实验、洛埃德实验。

理解光源、单色光、相干光、相干光获得的方法——分波阵面法，分振幅法；杨氏双缝实验、干涉明暗条纹的位置；光程、光程差、等光程性、反射光的相位突变和附加光程差；麦克耳孙干涉仪。

掌握等倾干涉及其应用——增透膜，增反膜；掌握等厚干涉及其应用、劈尖膜。

重点与难点

重点：等倾干涉及其应用、等厚干涉及其应用。

难点：干涉明暗条纹的位置。

14.1　光源 光的相干性

14.1.1 光源

1 光源的发光机理

2 光的颜色和光谱

在光学中常用的波长单位是米（m）、微米（μm）、纳米（nm）、埃（$\overset{\circ}{\mathrm{A}}$），它们的换算关系如下： $1\overset{\circ}{\mathrm{A}} = 10^{-10}\mathrm{m}, 1\mathrm{nm} = 10^{-9}\mathrm{m},\ 1\mu\mathrm{m} = 10^{-6}\mathrm{m}$

具有单一频率（或波长）的光称为**单色光**。包含有多个频率（或波长）的光称为**复色光**。严格的单色光是不存在的。普通光源所发出的光都有一定的频率（或波长）范围，都是复色光，如白光。

3 光强

$$I = E_0^2 \qquad (14-1)$$

14.1.2 光的相干性

1 非相干叠加

$$I = I_1 + I_2 \qquad (14-5)$$

2 相干叠加

$$I = 2I_1(1+\cos\Delta\varphi) = 4I_1\cos^2\frac{\Delta\varphi}{2} \qquad (14-6)$$

当$\Delta\varphi = \pm 2k\pi$时，这些位置的光强最大（$I_{\max} = 4I_1$），称为干涉相长，即亮纹中心；当$\Delta\varphi = \pm(2k+1)\pi$时，这些位置的光强最小（$I_{\min} = 0$），称为干涉相消。

3 相干光的获取方法

具体方法有两种：一种叫**分波阵面法**，即从普通光源发出的某一波阵面上，取出两个子光源作为相干光源，如杨氏双缝干涉；另一种叫**分振幅法**。

14.2 杨氏双缝干涉实验

14.2.1 杨氏双缝干涉

$$\delta = d\frac{x}{D} \qquad (14-7)$$

$$\delta = r_2 - r_1 = \begin{cases} \pm k\lambda, & k = 0,1,2\cdots \text{干涉加强} \\ \pm(2k-1)\dfrac{\lambda}{2}, & k = 1,2,3\cdots \text{干涉减弱} \end{cases} \qquad (14\text{-}8)$$

明纹中心在屏幕 E 上的位置为

$$x = \pm k\frac{D\lambda}{d} \quad (k = 0,1,2,\cdots) \qquad (14-9)$$

暗纹中心在屏幕 E 上的位置为

$$x = \pm(2k-1)\frac{D}{d}\frac{\lambda}{2} \quad (k = 0,1,2,\cdots) \qquad (14-10)$$

两相邻明（暗）纹的间距均相等且为

$$\Delta x = x_{k+1} - x_k = \frac{D\lambda}{d} \qquad (14-11)$$

14.2.2 其它分波阵面干涉装置

1 洛埃德镜

“半波损失”仅可能发生于反射光，在任何情况下，折射光均没有“半波损失”。

2 菲涅耳双面镜

14.3 光程与光程差

$$光程=L=\sum n_i r_i \qquad (14\text{-}13)$$

2 光程差

用Δ表示光程差，则

$$\Delta = n_1 r_1 - n_2 r_2$$

则两光束到达点P的相位差为

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_1 r_1 - n_2 r_2) = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta \qquad (14\text{-}14)$$

对于两同相的相干光源发出的两相干光，其干涉条纹的明暗条件便可由两光的光程差Δ决定，即

$$\Delta = \begin{cases} \pm k\lambda & k = 0,1,2,\cdots 加强（明） \\ \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}, & k = 0,1,2,\cdots 减弱（暗） \end{cases} \qquad (14\text{-}15)$$

3 透镜的物像之间的等光程性

使用透镜不会引起附加的光程差，只是改变了光线方向。上述结论称为**薄透镜的等光程性**。

14.4 薄膜干涉

14.4.1 等倾干涉

1 光程差的计算

$$\Delta = 2n\frac{e}{\cos\gamma} - 2n' e\tan\gamma\sin i + \frac{\lambda}{2} = 2n\frac{e}{\cos\gamma}\left(1-\sin^2\gamma\right) + \frac{\lambda}{2}$$

$$=2ne\cos\gamma+\frac{\lambda}{2}=2e\sqrt{n^2-n'^2\sin^2 i}+\frac{\lambda}{2} \tag{14-16}$$

2 干涉条纹分析

从式(14-16)和式(14-15)有

$$\Delta=2e\sqrt{n^2-n'^2\sin^2 i}+\frac{\lambda}{2}=\begin{cases} k\lambda \quad (k=1,2,\cdots) & (明纹) \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} \quad (k=0,1,2,\cdots) & (暗纹) \end{cases} \tag{14-17}$$

当光垂直入射(即 $i=0$)时

$$\Delta=2ne+\frac{\lambda}{2}=\begin{cases} k\lambda \quad (k=1,2,\cdots) & (明纹) \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} \quad (k=0,1,2,\cdots) & (暗纹) \end{cases} \tag{14-18}$$

对于透射光而言，也有干涉现象。这两束透射光的光程差是

$$\Delta=2e\sqrt{n^2-n'^2\sin^2 i} \tag{14-19}$$

和式（14－17）相比较，可见反射光相互加强时，透射光相互减弱；当反射光相互减弱时，透射光将相互加强，两者是互补的。从能量角度看来，干涉现象引起了能量的重新分布。

14.4.2 增反膜与增透膜

增反膜的条件是使垂直入射的单色光在薄膜上、下表面反射时，光程差符合相长条件。

而有些光学仪器（如照相机镜头、透镜等）却希望减少反射损失以增加透射光的强度，满足这样条件的薄膜称为**增透膜**。

增透膜的条件是使垂直入射的单色光在薄膜上、下表面反射时，光程差符合干涉相消条件。

14.5 劈尖干涉　牛顿环

14.5.1 劈尖干涉

1 干涉条纹分析

两表面反射光的干涉条件是

$$\Delta=2ne+\frac{\lambda}{2}=\begin{cases} k\lambda \quad (k=1,2,\cdots) & (明纹) \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} \quad (k=0,1,2,\cdots) & (暗纹) \end{cases} \tag{14-20}$$

两相邻明纹（或暗纹）对应的厚度差为

$$\Delta e=e_{k+1}-e_k=\frac{\lambda}{2n} \tag{14-21}$$

两相邻明纹（或暗纹）间距

$$l=\frac{\Delta e}{\sin\theta}=\frac{\lambda}{2n\sin\theta}\approx\frac{\lambda}{2n\theta} \tag{14-22}$$

2 劈尖干涉的应用

（1）测细丝直径

$$\theta\approx\frac{D}{L},\quad \theta\approx\frac{\lambda}{2nl}\quad 得\quad D=\frac{\lambda}{2nl}L$$

如已知细丝的直径,则可以算出劈尖的夹角，故劈尖还可以作为测量微小角度的工具。

（2）测很小的移动量

（3）测薄膜厚度

14.5.2 牛顿环

空气薄层的任一厚度e处，上、下表面两反射光的相干条件为

$$\Delta=2ne+\frac{\lambda}{2}=\begin{cases}k\lambda \quad (k=1,2,\cdots) & （明纹）\\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}\quad (k=0,1,2,\cdots) & （暗纹）\end{cases} \tag{14-23}$$

明环和暗环半径公式

$$r_k=\sqrt{\frac{(2k-1)R\lambda}{2n}}\quad (k=1,2,\cdots)\qquad 明环 \tag{14-25}$$

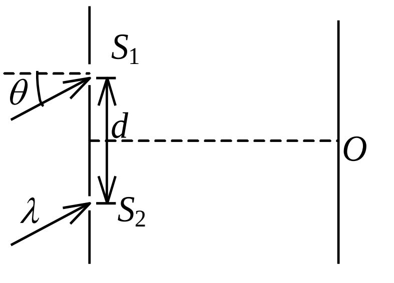
$$r_k=\sqrt{\frac{kR\lambda}{n}}\quad (k=0,1,2,\cdots)\qquad 暗环 \tag{14-26}$$

14.6 迈克耳逊干涉仪

$$d=N\frac{\lambda}{2} \tag{14-17}$$

例 1 填空题

（1）如图所示，波长为λ的平行单色光斜入射到距离为 d 的双缝上，入射角为θ. 在图中的屏中央 O 处（$\overline{S_1O}=\overline{S_2O}$），两束相干光的相位差为_______________.



［答案：$2\pi d\sin\theta/\lambda$］

（2）在双缝干涉实验中，所用单色光波长为λ＝562.5 nm（1nm＝10^{-9} m），双缝与观察屏的距离 D＝1.2 m，若测得屏上相邻明条纹间距为 x＝1.5 mm，则双缝的间距 d＝

____________________________.

[答案：0.45mm]

（3）波长λ＝600 nm 的单色光垂直照射到牛顿环装置上，第二个明环与第五个明环所对应的空气膜厚度之差为____________nm．(1 nm=10^{-9} m)

[答案：900nm]

（4）在杨氏双缝干涉实验中，整个装置的结构不变，全部由空气中浸入水中，则干涉条纹的间距将变____________。（填疏或密）

[答案：变密]

（5）在杨氏双缝干涉实验中，光源作平行于缝 S_1，S_2联线方向向下微小移动，则屏幕上的干涉条纹将向________方移动。

[答案：向上]

（6）在杨氏双缝干涉实验中，用一块透明的薄云母片盖住下面的一条缝，则屏幕上的干涉条纹将向________方移动。

[答案：向下]

（7）由两块平玻璃构成空气劈形膜，左边为棱边，用单色平行光垂直入射．若上面的平玻璃以垂直于下平玻璃的方向离开平移，则干涉条纹将向________平移，并且条纹的间距将____________。

[答案：棱边，保持不变]

例 2 选择题

（1）在双缝干涉实验中，为使屏上的干涉条纹间距变大，可以采取的办法是[　　]

(A) 使屏靠近双缝．　　　(B) 使两缝的间距变小．

(C) 把两个缝的宽度稍微调窄．　　(D) 改用波长较小的单色光源．

[答案：B]

（2）两块平玻璃构成空气劈形膜，左边为棱边，用单色平行光垂直入射．若上面的平玻璃以棱边为轴，沿逆时针方向作微小转动，则干涉条纹的[　　　　]

(A) 间隔变小，并向棱边方向平移．　　(B) 间隔变大，并向远离棱边方向平移．

(C) 间隔不变，向棱边方向平移．　　(D) 间隔变小，并向远离棱边方向平移．

[答案：A]

（3）一束波长为λ的单色光由空气垂直入射到折射率为 n 的透明薄膜上，透明薄膜放在空气中，要使反射光得到干涉加强，则薄膜最小的厚度为[　　]

(A) $\lambda / 4$．(B) $\lambda / (4n)$．(C) $\lambda / 2$．(D) $\lambda / (2n)$．

[答案：B]

（4）在迈克耳孙干涉仪的一条光路中，放入一折射率为 n，厚度为 d 的透明薄片，放入后，这条光路的光程改变了[　　　　]

(A) $2(n-1)d$.　　(B) $2nd$.　　(C) $2(n-1)d+\lambda/2$.　　(D) nd.　　(E) $(n-1)d$.

[答案：A]

（5）在迈克耳孙干涉仪的一条光路中，放入一折射率为 n 的透明介质薄膜后，测出两束光的光程差的改变量为一个波长 λ，则薄膜的厚度是　　　[　　　]

(A) $\lambda/2$.　　(B) $\lambda/(2n)$.　　(C) λ/n.　　(D) $\lambda/[2(n-1)]$.

[答案：D]

例 3 在杨氏双缝实验中，双缝间距 d =0.20mm，缝屏间距 D ＝1.0m，试求：

(1)若第二级明条纹离屏中心的距离为6.0mm，计算此单色光的波长；

(2)相邻两明条纹间的距离．

解：(1)由 $x_{明}=\frac{D}{d}k\lambda$ 知，$6.0=\frac{1\times10^{3}}{0.2}\times2\lambda$，

$$\therefore\quad \lambda=0.6\times10^{-3}\ \text{mm}=6000\ \text{Å}$$

(2)　$\Delta x=\frac{D}{d}\lambda=\frac{1\times10^{3}}{0.2}\times0.6\times10^{-3}=3\ \text{mm}$

例 4 在双缝装置中，用一很薄的云母片(n=1.58)覆盖其中的一条缝，结果使屏幕上的第七级明条纹恰好移到屏幕中央原零级明纹的位置．若入射光的波长为5500 Å，求此云母片的厚度．

解：设云母片厚度为 e，则由云母片引起的光程差为　$\delta=ne-e=(n-1)e$

按题意　$\delta=7\lambda$

$$\therefore\quad e=\frac{7\lambda}{n-1}=\frac{7\times5500\times10^{-10}}{1.58-1}=6.6\times10^{-6}\ \text{m}=6.6\ \mu\text{m}$$

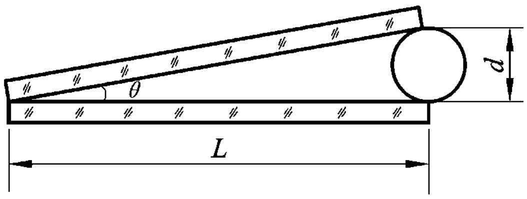
例 5 如题5图，波长为6800 Å 的平行光垂直照射到 L ＝0.12m长的两块玻璃片上，两玻璃片一边相互接触，另一边被直径 d =0.048mm的细钢丝隔开．求：

(1)两玻璃片间的夹角 θ ＝?

(2)相邻两明条纹间空气膜的厚度差是多少?

(3)相邻两暗条纹的间距是多少?

(4)在这0.12 m内呈现多少条明条纹?



题5图

解: (1)由图知, $L\sin\theta=d$, 即 $L\theta=d$

故 $\theta=\dfrac{d}{L}=\dfrac{0.048}{0.12\times10^{3}}=4.0\times10^{-4}$ (弧度)

(2)相邻两明条纹空气膜厚度差为 $\Delta e=\dfrac{\lambda}{2}=3.4\times10^{-7}$ m

(3)相邻两暗纹间距 $l=\dfrac{\lambda}{2\theta}=\dfrac{6800\times10^{-10}}{2\times4.0\times10^{-4}}=850\times10^{-6}\ \mathrm{m}=0.85\ \ \mathrm{mm}$

(4) $\Delta N=\dfrac{L}{l}\approx141$ 条

例 6 (1)若用波长不同的光观察牛顿环, $\lambda_1=6000\,\mathring{A}$, $\lambda_2=4500\,\mathring{A}$, 观察到用 λ_1 时的第k个暗环与用 λ_2 时的第k+1个暗环重合, 已知透镜的曲率半径是190cm. 求用 λ_1 时第k个暗环的半径.

(2)又如在牛顿环中用波长为5000 $\mathring{A}$ 的第5个明环与用波长为 λ_2 的第6个明环重合, 求未知波长 λ_2.

解: (1)由牛顿环暗环公式 $r_k=\sqrt{kR\lambda}$

据题意有 $r=\sqrt{kR\lambda_1}=\sqrt{(k+1)R\lambda_2}$

$\therefore k=\dfrac{\lambda_2}{\lambda_1-\lambda_2}$, 代入上式得 $r=\sqrt{\dfrac{R\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1-\lambda_2}}$

$$=\sqrt{\frac{190\times10^{-2}\times6000\times10^{-10}\times4500\times10^{-10}}{6000\times10^{-10}-4500\times10^{-10}}}$$

$$=1.85\times10^{-3}\ \mathrm{m}$$

(2)用$\lambda_1 = 5000\dot{\mathrm{A}}$照射，$k_1 = 5$级明环与$\lambda_2$的$k_2 = 6$级明环重合，则有

$$r = \sqrt{\frac{(2k_1 - 1)R\lambda_1}{2}} = \sqrt{\frac{(2k_2 - 1)R\lambda_2}{2}}$$

$$\therefore \quad \lambda_2 = \frac{2k_1 - 1}{2k_2 - 1}\lambda_1 = \frac{2\times 5 - 1}{2\times 6 - 1}\times 5000 = 4091\ \mathring{\mathrm{A}}$$

例 7 当牛顿环装置中的透镜与玻璃之间的空间充以液体时，第十个亮环的直径由d_1＝1.40×10^{-2}m变为d_2＝1.27×10^{-2}m，求液体的折射率.

解：由牛顿环明环公式 $r_{空} = \dfrac{d_1}{2} = \sqrt{\dfrac{(2k-1)R\lambda}{2}}$

$$r_{液} = \frac{d_2}{2} = \sqrt{\frac{(2k-1)R\lambda}{2n}}$$

两式相除得$\dfrac{d_1}{d_2} = \sqrt{n}$，即$n = \dfrac{d_1^2}{d_2^2} = \dfrac{1.96}{1.61} \approx 1.22$

例 8 利用迈克耳逊干涉仪可测量单色光的波长. 当M_1移动距离为0.322mm时，观察到干涉条纹移动数为1024条，求所用单色光的波长.

解：由 $\Delta d = \Delta N \dfrac{\lambda}{2}$

得 $$\lambda = 2\frac{\Delta d}{\Delta N} = 2\times\frac{0.322\times 10^{-3}}{1024}$$

$$= 6.289\times 10^{-7}\ \mathrm{m} \ = 6289\ \mathring{\mathrm{A}}$$

作业：1、2、17、18