

第5讲 牛顿运动定律

教学要求

理解牛顿运动定律。

重点与难点

重点：牛顿第二运动定律。

难点：牛顿第二运动定律。

2.1 牛顿运动定律

2.1.1 牛顿第一定律 惯性参照系

一切物体总保持匀速直线运动状态或静止状态，直到有外力迫使它改变这种状态为止，这个结论叫做**牛顿第一定律**。关于牛顿第一定律可作如下理解：

1. 该定律揭示了任何物体都具有保持其运动状态不变的性质，称之为**惯性**。所以牛顿第一定律也称为**惯性定律**。惯性是任何物体都具有的基本属性，无论它的运动情况如何。

2. 该定律定性地揭示了力和运动的关系。它表明物体不受力作用时将保持匀速直线运动状态或静止状态，力不是维持物体运动状态的原因；定律指出外力作用迫使物体运动状态改变，表明力是改变物体运动状态的原因。

3. 该定律描述的是物体在一种理想情况下的运动规律，即物体不受力作用时的运动规律，它无法用实验来直接验证。虽然物体在合外力为零时表现出来的运动规律与不受力时的运动规律是一致的，但不能由物体受平衡力时的运动情况来验证牛顿第一定律。

4. 任何物体的运动总是相对于某个参照系而言的，所以牛顿第一定律定义了一种参照系。在这种参照系中，一个不受力作用的物体将保持静止或匀速直线运动状态不变，这样的参照系称为**惯性参照系**，简称**惯性系**。牛顿运动定律只有在惯性系中才成立。并非任何参照系都是惯性系。一个参照系是不是惯性系，要靠实验来判定。例如，实验指出，对一般力学现象来说，地面参照系是一个足够精确的惯性系。

2.1.2 牛顿第二定律 惯性质量 引力质量

牛顿第二定律指出：物体受到外力作用时，它产生加速度的大小与合外力的大小成正比，与其质量成反比，加速度的方向与外力的方向相同，其数学表达式如下

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (2-1)$$

注意 1. 牛顿第二定律给出力和运动的定量关系，进一步表明力不是维持物体运动状

态的原因，而是使物体产生加速度的原因；表示的力与加速度之间是瞬时对应关系，它们“同生死，共存亡”。

2. 对（惯性）质量的理解。质量是惯性大小的量度，牛顿第二定律中的质量也常被称为惯性质量。物体不受外力作用将保持运动状态不变；受一定外力作用时，质量越大，加速度越小，运动状态越难改变；反之，质量越小，加速度越大，运动状态容易改变。因此，这里的质量叫做**惯性质量**。

3. 任何两个质点都存在引力的作用，这引力的大小与它们的质量的乘积成正比，和它们的距离的平方成反比，称为**万有引力定律**。其数学表示式为

$$\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{r}_0 \quad (2-2)$$

其中质量 m_1, m_2 反映了物体的引力性质，称为**引力质量**； r 为两个质点之间的距离，负号表示 m_1 对 m_2 的引力方向总是与 m_2 对 m_1 的矢径方向相反； G 为万有引力恒量，经测定为

$$G = (6.51 \pm 0.12) \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$$

牛顿等许多人做过实验，都证明引力质量与惯性质量相同。所以今后在经典力学的讨论中不再区分引力质量和惯性质量。引力质量和惯性质量等价是广义相对论的基本出发点之一。

4. **力的叠加原理**：几个力同时作用在一个物体上，物体产生的加速度等于每个力单独作用时产生的加速度的叠加。即

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i = m\vec{a}_1 + m\vec{a}_2 + \cdots + m\vec{a}_n = m\vec{a} \quad (2-3)$$

2.1.3 牛顿第三定律

牛顿第三定律指出：两个质点相互作用时，作用力与反作用力在同一直线上，大小相等，方向相反。用公式表示为：

$$\vec{F} = -\vec{F}' \quad (2-4)$$

注意 1. 作用力和反作用力的关系与物体间相互作用的方式、相互作用时的运动状态无关。

2. 物体间的作用是相互的，作用力与反作用力是同时产生、同时消失、同时变化、同

一性质的力。

3. 作用力和反作用力分别作用在两个不同的物体上, 这两个力不是平衡力, 而且两个力引起的效果一般不同。

2.1.4 牛顿定律的应用

牛顿定律只在惯性参考系中成立, 牛顿定律的研究对象是单个物体(质点)。若研究对象较复杂, 必须将它各部分隔离开来, 分别进行研究。

在解题时根据需要要将式(2-1)写成在不同坐标系中的分量式, 如在平面直角坐标系:

$$F_x = ma_x, F_y = ma_y \quad (2-5)$$

在自然坐标系中(研究曲线运动时):

$$F_t = ma_t = m \frac{dv}{dt}, \quad F_n = ma_n = m \frac{v^2}{\rho} \quad (2-6)$$

$$F_x = ma_x = m \frac{dv_x}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

空间直角坐标系: $F_y = ma_y = m \frac{dv_y}{dt} = m \frac{d^2y}{dt^2} \quad (2-7)$

$$F_z = ma_z = m \frac{dv_z}{dt} = m \frac{d^2z}{dt^2}$$

利用牛顿定律分析、解决问题要点:

1. 分析问题, 明确研究对象; 如果问题涉及几个物体, 那就一个个地作为对象进行分析, 认定出每个物体的质量。

2. 分隔物体, 受力分析(关键一步), 找出被认定物体所受的一切外力。这些力可能是重力、弹力、摩擦力等等。而弹力又常常表现为接触面的压力或绳子的拉力。运动分析, 分析所认定物体的运动状态, 包括它的轨迹、速度和加速度。问题涉及几个物体时, 还要找出它们运动学的联系, 亦即它们的速度或加速度之间的关系。画出草图;

3. 建立坐标系, 运用定律列方程(注意约束条件、关联方程), 把上面分析出的质量、加速度和力用牛顿第二定律联系起来, 列出方程式。在方程式足够的情况下就可以求解未知量了;

4. 求解方程, 统一单位(SI), 讨论结果。

例 2-1 一细绳跨过一轴承光滑的定滑轮, 如图 2-1 所示, 绳的两端分别悬有质量为 m_1 和 m_2 的物体 ($m_1 < m_2$), 如图所示。设滑轮和绳的质量可忽略不计, 绳不能伸长, 试求物体的加速度以及悬挂滑轮的绳中张力。

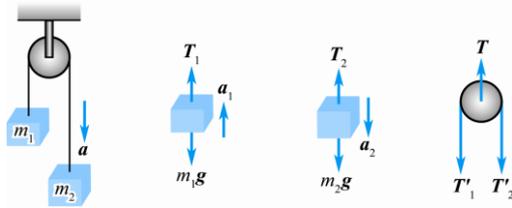


图 2-1 例 2-1 图

解：分别以 m_1 ， m_2 定滑轮为研究对象，受力如图 2-1 所示。

$$\text{对 } m_1, \quad T_1 - m_1 g = m_1 a_1$$

$$\text{对 } m_2, \quad m_2 g - T_2 = m_2 a_2$$

$$T_1 = T_2 = T' \quad a_1 = a_2 = a$$

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g \quad T' = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$

由牛顿第三定律知： $T'_1 = T_1 = T'$ $T'_2 = T_2 = T'$ ，又考虑到定滑轮质量不计，所以有

$$T = 2T' = \frac{4m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$

容易证明 $T < (m_1 + m_2)g$

例 2-2 升降机内有一光滑斜面，固定在底板上，斜面倾角为 θ 。当升降机以匀加速度 a_1 竖直上升时，质量为 m 的物体从斜面顶端沿斜面开始下滑，如图 2-2 所示。已知斜面长为 l ，求物体对斜面的压力，物体从斜面顶点滑到底部所需的时间。

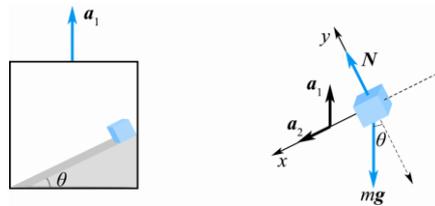


图 2-2 例 2-2 图

解：物体受力如图示，相对于地的加速度为 $\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2$

建立如图示坐标系，则对 m 应用牛顿定律列方程如下：

$$x \text{ 方向:} \quad mg \sin \theta = m(a_2 - a_1 \sin \theta)$$

$$y \text{ 方向:} \quad N - mg \cos \theta = ma_1 \cos \theta$$

$$a_2 = (g + a_1) \sin \theta \quad N = m(g + a_1) \cos \theta$$

由牛顿第三定律可知，物体对斜面的压力为：

$$m(g + a_1) \cos \theta$$

$$\therefore a_2 = (g + a_1) \sin \theta$$

$$\therefore l = \frac{1}{2} a_2 t^2 = \frac{1}{2} (g + a_1) \sin \theta t^2$$

得
$$t = \sqrt{\frac{2l}{(g + a_1) \sin \theta}}$$

例 2-3 跳伞运动员在张伞前的俯冲阶段，由于受到随速度增加而增大的空气阻力，其速度不会像自由落体那样增大。当空气阻力增大到与重力相等时，跳伞员就达到其下落的最大速度，称为终极速度。一般在跳离飞机大约 10 s，下落约 300~400 m 左右时，就会达到此速度(约 50 m/s)。设跳伞员以鹰展姿态下落，受到的空气阻力为 $F = kv^2$ (k 为常量)，如图 2-3 (a) 所示。试求跳伞员在任一时刻的下落速度。

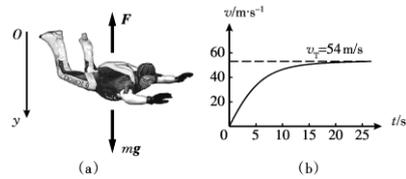


图 2-3 例 2-3 图

解：受力如图所示，建立图示坐标系，跳伞员的运动方程为 $mg - kv^2 = m \frac{dv}{dt}$

显然，在 $kv^2 = mg$ 的条件下对应的速度即为终极速度，并用 v_T 表示：

$$v_T = \sqrt{\frac{mg}{k}}$$

改写运动方程为

$$v_T^2 - v^2 = \frac{mdv}{kdt}$$

$$\frac{dv}{v_T^2 - v^2} = \frac{k}{m} dt$$

因 $t=0$ 时， $v=0$ ；并设 t 时，速度为 v ，对上式两边取定积分：

$$\int_0^v \frac{dv}{v_T^2 - v^2} = \frac{k}{m} \int_0^t dt = \frac{g}{v_T^2} \int_0^t dt$$

由基本积分公式得
$$\frac{1}{2v_T} \ln \left(\frac{v_T + v}{v_T - v} \right) = \frac{g}{v_T^2} t$$

最后解得

$$v = \frac{1 - e^{-\frac{2gt}{v_T}}}{1 + e^{-\frac{2gt}{v_T}}} v_T$$

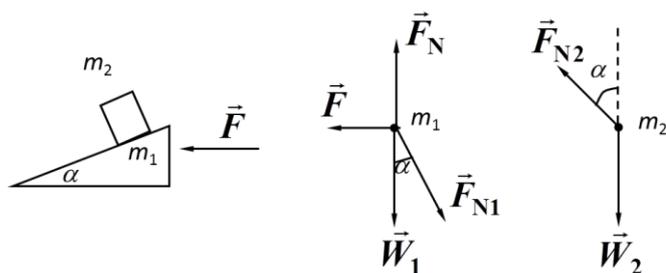
当 $t \gg \frac{v_T}{2g}$ 时, $v \Rightarrow v_T$

设运动员质量 $m=70$ kg, 测得终极速度: $v_T = 54$ m/s, 则可推算出

$$k = \frac{mg}{v_T^2} = 0.24 \text{ N}^2 \cdot \text{m}^2 / \text{s}$$

以此 v_T 值代入 $v(t)$ 的公式, 可得到如图 2-3 (b) 所示的 $v-t$ 函数曲线

课堂训练: 斜面质量为 m_1 , 滑块质量为 m_2 , m_1 与 m_2 之间、 m_1 与平面之间均无摩擦, 用水平力 F 推斜面. 问斜面倾角 α 应多大, m_1 和 m_2 相对静止.



解: 受力分析如右上图, m_1 和 m_2 相对静止, 因而有共同的加速度 a .

根据牛顿第二、三定律, 得 $\vec{F} + \vec{F}_N + \vec{W}_1 + \vec{F}_{N1} = m_1 \vec{a}$

$$\vec{W}_2 + \vec{F}_{N2} = m_2 \vec{a}$$

$$\vec{F}_{N1} = -\vec{F}_{N2}$$

直角坐标中分量式

$$-F + F_{N1} \sin \alpha = -m_1 a$$

$$-F_{N2} \sin \alpha = -m_2 a$$

$$-m_2 g + F_{N2} \cos \alpha = 0$$

解方程得

$$\alpha = \arctan[F / (m_1 + m_2) g]$$

*2.1.5 国际单位制和量纲

各国使用的单位制种类繁多, 就力学而言, 常用的就有国际单位制, 厘米、克、秒制和工程单位制等, 这给国际科学技术交流带来很大不便。为此在第十四届国际计量会议上选了 7 个物理量为基本量, 规定其相应单位为基本单位, 在此基础上建立了国际单位制(代号 SI)。1984 年 2 月 27 日, 我国国务院颁布实行以国际单位制 (SI) 为基础的法定单位制。

国际单位制的 7 个基本量为质量、长度、时间、电流、热力学温度、物质的量、发光强度; 其相应**基本单位**为千克(kg)、米(m)、秒(s)、安培(A)、开尔文(K)、摩尔(mol)、坎德拉(cd)。

有了基本单位，通过物理量的定义或物理定律就可导出其它物理量的单位。从基本量导出的量称为导出量。因为导出量是基本量导出的，所以导出量可用基本量的某种组合表示。

作业：8，9