第 23 讲 绝热过程 循环过程 卡诺循环

教学要求：

了解绝热过程的推导。

理解循环过程的概念、卡诺循环的定义和它的应用。

重点与难点：

重点：卡诺循环。

难点：卡诺循环。

8.4 绝热过程

8.4.1 绝热过程

绝热过程是系统在和外界无热量交换的条件下进行的过程。通常情况下，用绝热材料制成绝热壁，把系统与外界隔开，就可以近似地实现这一过程。另外，使过程快速进行，系统来不及与外界进行显著的热量交换。例如：内燃机中热气体的突然膨胀，柴油机或压气机中空气的压缩、声波中气体的压缩（稠密）和膨胀（稀疏）等都可近似视为绝热过程。

由于绝热过程$\mathrm{d}Q=0$，$Q=0$，将热力学第一定律应用于绝热过程

$$\mathrm{d}E+\mathrm{d}W=0$$

或

$$\mathrm{d}W=-\mathrm{d}E \tag{8-22}$$

即在绝热过程中，系统对外做功完全来自于内能的减少为代价。对质量为 M 的理想气体，由温度为T_1的初状态绝热地膨胀到温度为T_2的末状态，在此过程中气体所做的功为

$$W_Q=\int_{V_1}^{V_2}p\mathrm{d}V=-(E_2-E_1)=-\frac{M}{M_{\mathrm{mol}}}C_{V,\mathrm{m}}(T_2-T_1) \tag{8-23}$$

气体绝热膨胀对外做功，体积增大，内能减小，温度和压强均减小；被绝热压缩时，体积减小，内能增大，温度和压强均提高。可见在绝热过程中，p,V,T 三个状态参量均要变化。

8.4.2 绝热过程方程

根据热力学第一定律及绝热过程的特点($\mathrm{d}Q=0$)，可得

$$p\mathrm{d}V=-\frac{M}{M_{\mathrm{mol}}}C_{V,\mathrm{m}}\mathrm{d}T \tag{8-24}$$

将理想气体状态方程 $pV=\dfrac{M}{M_{\mathrm{mol}}}RT$ 两边微分得

$$p\mathrm{d}V+V\mathrm{d}p=\frac{M}{M_{\mathrm{mol}}}R\mathrm{d}T \tag{8-25}$$

联立式（8-24）和式（8-25）消去 $\mathrm{d}T$，可得

$$\left(C_{V,\mathrm{m}}+R\right)p\mathrm{d}V+C_{V,\mathrm{m}}V\mathrm{d}p=0 \tag{8-26}$$

因 $\gamma=\dfrac{C_{p,\mathrm{m}}}{C_{V,\mathrm{m}}}$，$C_{p,\mathrm{m}}=C_{V,\mathrm{m}}+R$，可以将上式写成

$$\frac{\mathrm{d}p}{p}+\gamma\frac{\mathrm{d}V}{V}=0 \tag{8-27}$$

积分得 $$\ln p+\gamma\ln V=常量$$

或 $$pV^{\gamma}=常量 \tag{8-28a}$$

这就是绝热过程方程。由理想气体状态方程 $pV=\dfrac{M}{M_{\mathrm{mol}}}RT$，从上式中消去 p 或 V，则绝热过程方程又可表示为

$$p^{\gamma-1}T^{-\gamma}=常量 \tag{8-28b}$$

$$TV^{\gamma-1}=常量 \tag{8-28c}$$

这些方程均称为绝热过程方程，简称绝热方程。3 个方程中各常量均不相同，使用时可根据问题的方便任取一个公式来应用。

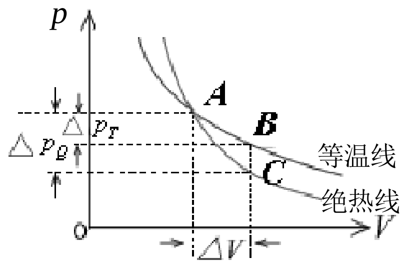


图 8-10 绝热线与等温线的比较

在 p-V 图上的绝热过程曲线即绝热线是利用绝热过程方程 $pV^{\gamma}=常量$ 作出的，图 8-10AC 曲线为绝热线，在同一图上还给出了同一系统的等温线 AB 曲线。从图中可以看出绝热线比等温线陡些，下面对两条曲线交点 A 处斜率的计算，证实这一点。

绝热过程曲线的斜率：由 $pV^{\gamma}=常量$，两边微分，整理后得

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}V_S}=-\gamma\frac{p}{V}$$

A 处斜率为 $$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}V_S}=-\gamma\frac{p_A}{V_A}$$

等温过程曲线的斜率：由 $pV=$常量，两边微分，整理后得

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}V_T}=-\frac{p}{V}$$

A 处斜率为
$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}V_T}=-\frac{p_A}{V_A}$$

由于$\gamma>1$，比较两式，所以绝热线比等温线陡。究其物理原因，等温过程中压强的减小仅是体积增大所至，而在绝热过程中压强的减小是由体积增大，同时温度降低两个原因所至。

例 8-3 1mol 单原子理想气体，由状态 $a(p_1, V_1)$，先等体加热至压强增大 1 倍，再等压加热至体积增大 1 倍，最后再经绝热膨胀，使其温度降至初始温度，如图 8-11 所示．试求：

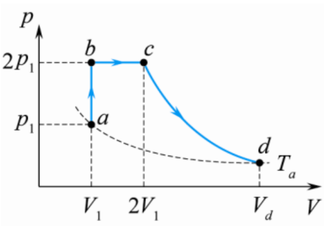


图 8-11　例 8-3 图

(1) 状态 d 的体积 V_d；　(2) 整个过程对外做的功；　(3) 整个过程吸收的热量.

解　(1)
$$\because T_a=\frac{p_1V_1}{R}\qquad \therefore T_d=T_a=\frac{p_1V_1}{R},\quad T_c=\frac{p_cV_c}{R}$$

$$T_c=\frac{(2p_1)(2V_1)}{R}=\frac{4p_1V_1}{R}=4T_a$$

由绝热方程
$$T_cV_c^{\gamma-1}=T_dV_d^{\gamma-1}$$

$$\therefore V_d=\left(\frac{T_c}{T_d}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}V_c=4^{\frac{1}{1.67-1}}2V_1=15.8V_1$$

(2) 先求各分过程的功

$$A_{ab}=0$$

$$A_{bc}=2p_1(2V_1-V_1)=2p_1V_1$$

$$A_{cd}=-\Delta E_{cd}=-C_{v,m}(T_d-T_c)=C_{v,m}(T_c-T_d)$$
$$=\frac{3}{2}R(4T_a-T_a)=\frac{9}{2}RT_a=\frac{9}{2}p_1V_1$$

整个过程对外做的总功为
$$A=A_{ab}+A_{bc}+A_{cd}=\frac{13}{2}p_1V_1$$

(3) 计算整个过程吸收的总热量有两种方法

方法一：根据整个过程吸收的总热量等于各分过程吸收热量的和.先求各分过程热量为

$$Q_{ab}=C_{v,m}(T_b-T_a)=\frac{3}{2}R(T_b-T_a)=\frac{3}{2}p_1V_1$$

$$Q_{bc}=C_{p,m}(T_c-T_b)=\frac{5}{2}R(T_c-T_b)=\frac{5}{2}(p_cV_c-p_bV_b)=5p_1V_1$$

$$Q_{cd}=0$$

$$\therefore\quad Q=Q_{ab}+Q_{bc}+Q_{cd}=\frac{13}{2}p_1V_1$$

方法二：对 abcd 整个过程应用热力学第一定律：

$$Q_{abcd}=\Delta E_{ad}+A_{abcd}$$

$$\because\ T_a=T_d \qquad\qquad \therefore\ \Delta E_{ad}=0$$

$$\therefore\quad Q_{abcd}=A_{abcd}=\frac{13}{2}p_1V_1$$

例 8-4 一定量的氮气，温度为 300K，压强为 $1.013\times10^5\mathrm{Pa}$，将它绝热压缩，使其体积为原来体积的 1/5 ，求绝热压缩后的压强和温度各为多少？

解 由绝热过程方程，得气体绝热压缩后，压强为

$$p_2=p_1(\frac{V_1}{V_2})^{\gamma}=1.013\times10^5\times5^{1.4}=9.64\times10^5\ \ (\mathrm{Pa})$$

绝热压缩后，气体温度由绝热过程方程 $T_1V_1^{\gamma-1}=T_2V_2^{\gamma-1}$ 可得

$$T_2=T_1(\frac{V_1}{V_2})^{\gamma-1}=300\times5^{0.4}\approx571\ \ (\mathrm{K})$$

课堂训练：对于理想气体，下列哪个过程是可能发生的？

（1）等容加热，内能减少，压强升高；

（2）等温压缩，压强升高，同时吸热；

（3）等压压缩，内能增加，同时吸热；

（4）绝热压缩，压强升高，内能增加。

答：（4）

8.5 循环过程 卡诺循环

在生产技术上需要将热与功之间的转换持续下去，这就需要利用循环过程。系统从某一状态出发，经过一系列状态变化过程以后，又回到原来出发时的状态，这样的过程叫做循环过程，简称循环。循环工作的物质系统亦称为工作物质，简称工质。

由于工作物质的内能是状态的单值函数，所以系统经历一个循环后内能不变，所以循环过程的重要特征是 ΔE=0。循环中所包括的每一个过程叫做分过程，若各分过程都是准静态过程，则整个过程就是准静态循环过程。在 p-V 图上即为一条闭合曲线。图 8-12 中曲线 $abcd$ 就表示了一个循环过程，其中箭头表示过程进行的方向。

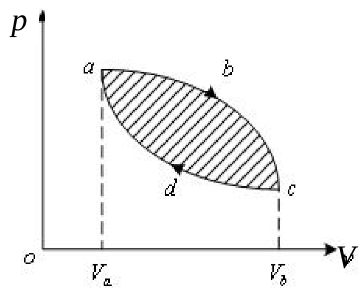


图 8-12　正循环过程

在 $p-V$ 图上，如果循环是沿顺时针方向进行的，则称为正循环（或热机循环）（如图 8-12）。如果循环是沿逆时针方向进行的，则称为逆循环（或致冷循环）。

对于正循环，如图 8-12 可见，系统从状态 a 经状态 b 到状态 c 的过程中，系统对外做正功 W_1，其数值等于曲线段 $abcV_bV_aa$ 所围面积；从状态 c 经状态 d 到状态 a 的过程中，系统对外做负功 W_2，其数值等于曲线段 $cdaV_aV_bc$ 所围面积。因此，在一次正循环过程中，工质在整个循环过程中对外做的净功 $W_{净}$ 等于闭合曲线 $abcda$ 所包围的面积。设在整个循环过程中，工质从外界吸收的热量的总和为 Q_1，放给外界的热量的总和为 Q_2，同时考虑到 $\Delta E=0,$ 于是吸收的净热量

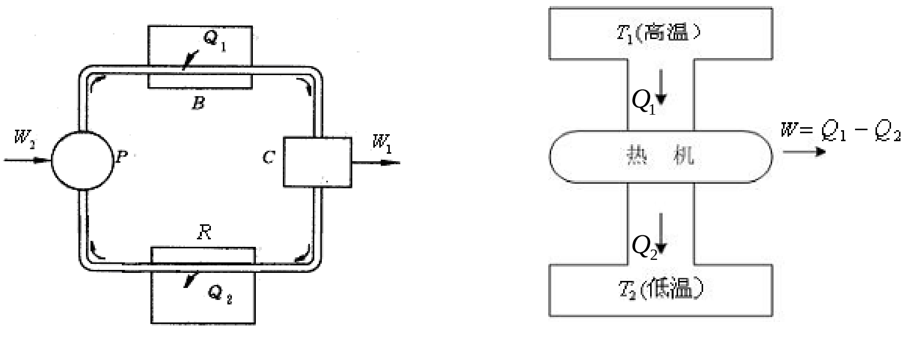
$$Q_{净}=Q_1-Q_2=W_{净} \tag{8-29}$$

且 $W_{净}$>0，这表示，正循环过程中的能量转换关系是系统将吸收的热量 Q_1 中的一部分转化为有用功 $W_{净}$，另一部分 Q_2 放回给外界。可见，正循环是一种通过工质使热量不断转换为功的循环。

8.5.1 热机 热机效率

能完成正循环的装置均叫热机，或把通过工质使热量不断转换为功的机器叫热机。以热电厂内水的状态变化为例，如图 8-13(a)所示，其工作物质是水，循环由四个过程组成：（1）一定量的水从锅炉（高温热源 T_1）吸收热量 Q_1，形成高温高压蒸汽；（2）蒸汽进入汽缸 C，推动活塞对外界做功 W_1；（3）做功后的蒸汽是温度和压强大为降低的“废气”，进入冷凝器 R（低温热源 T_2），放出热量 Q_2 而凝结成水；（4）然后由泵 P 将冷凝水压回到锅炉，外

界做功为W_2。图 8-13(b)给出了过程的能流示意图。该循环过程中的能量转化和传递具有正循环的一般特征：一定量的工质在一次循环中要从高温热源（如锅炉）吸热Q_1，对外做净



(a) (b)

图 8-13 热电厂内水的循环过程示意图

功W，又向低温热源（如冷凝器）放出热量Q_2，Q_1、Q_2和W三者满足式（8-29）。

衡量一台热机的效率，是指热机把吸收来的热量有多少转化为有用功，为此，我们定义热机效率（用字母η表示）为

$$\eta = \frac{\text{输出功}}{\text{吸收的热量}} = \frac{W_{净}}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \qquad (8\text{-}30)$$

式（8-30）中$W_{净}$是净功，即循环过程中各分过程功的代数和，Q_1是各吸热分过程吸收的热量之和，Q_2是各放热分过程放出的热量数值之和的绝对值，即式中Q_1，Q_2均为绝对值，所以在计算效率时，必须分清吸热与放热过程。

8.5.2 致冷系数

工作物质作逆循环的机器，称为致冷机。设整个循环过程，工质从低温热源吸收热量Q_2，向高温热源放热Q_1，而外界对工质做功$W_{净}$，$W_{净}$<0，其能量交换与转换关系如图 8-14，由热力学第一定律，注意$\Delta E = 0$,得

$$Q_{净} = Q_2 - Q_1 = W_{净} \qquad (8\text{-}31)$$

或

$$Q_1 = Q_2 - W_{净} = Q_2 + \left(-W_{净}\right) \qquad (8\text{-}32)$$

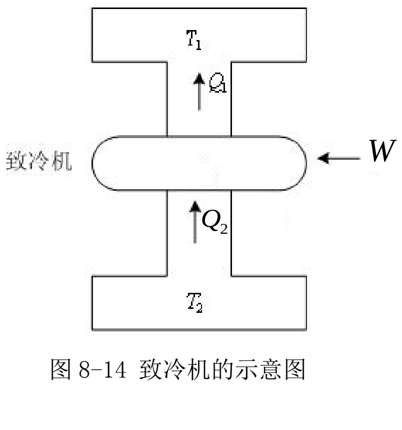


图 8-14 致冷机的示意图

这就是说，工质从低温热源吸收的热和外界对它做的

功一并以热量的形式传给高温热源。由于从低温热源吸热有可能使它的温度降低，所以这种循环为致冷循环。在致冷机中人们关心的是工质从低温热源吸收的热量Q_2以及外界必须对它做的功$W_{净}$。致冷系数的定义为

$$\omega=\frac{\text{从低温处吸收的热量}}{\text{外界对工质做净功大小}}=\frac{Q_2}{|W_{净}|}=\frac{Q_2}{Q_1-Q_2} \qquad (8\text{-}33)$$

式中Q_1，Q_2均为绝对值。显然，对于从低温热源吸取的热量Q_2越大，外界对工质做的功$|W_{净}|$越小，致冷机的致冷系数越高，即致冷效果越佳。致冷系数可以大于 1，所以不称它为致冷效率而为致冷系数。

例 8-5 0.32kg 的理想气体氧气作如图 8-15 所示的 *abcda* 循环，*ab* 和 *cd* 为等温过程，bc 和 *da* 为等体过程。设$V_2=2V_1$，$T_1=300K$，$T_2=200K$，求循环效率。

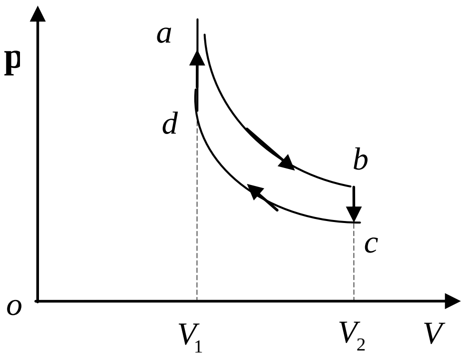


图 8-15 例 8-5 图

解 系统的摩尔数为

$$\nu=\frac{M}{M_{\mathrm{mol}}}=\frac{0.32}{32\times10^{-3}}=10\ \ \mathrm{mol}$$

因为$W_{bc}=0$，$W_{da}=0$，循环过程中仅有ab、cd两个过程气体做功，所以，循环过程中气体所做的净功为

$$W=W_{ab}+W_{cd}$$

$$=\nu RT_1\ln(V_2/V_1)+\nu RT_2\ln(V_1/V_2)$$

$$=\nu R(T_1-T_2)\ln(V_2/V_1)$$

$$=10\times8.31\times(300-200)\ln2$$

$$=5.76\times10^3\ \ \mathrm{J}$$

气体仅在 *ab* 和 *da* 两分过程吸收热量。因 *ab* 为等温过程$\Delta E_{ab}=0$，所以该过程吸收热量为$Q_{ab}=W_{ab}$；因 *da* 为等体过程$W_{da}=0$，所以该过程吸收热量为$Q_{da}=\Delta E_{da}$。两分过程，吸收的总热量为：

$$Q_1=Q_{ab}+Q_{da}=W_{ab}+\Delta E_{da}$$

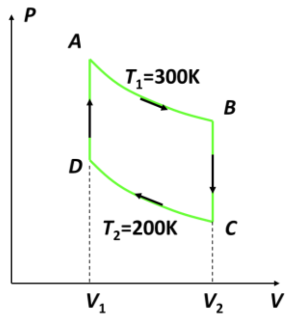
鍶$=\nu RT_1\ln(V_2/V_1)+\nu C_{V,m}(T_1-T_2)$

$$=10\times8.31\times300\times\ln2+10\times21.1\times(300-200)=3.84\times10^4(\mathrm{J})$$

该循环效率为

$$\eta=\frac{W}{Q_1}=\frac{5.76\times10^3}{3.84\times10^4}=15\%$$

课堂训练： 3.2×10^{-2} kg 氧气作 *ABCDA* 循环过程。$A\to B$ 和 $C\to D$ 都为等温过程，设 T_1= 300 K，T_2= 200 K，$V_2=2V_1$ 。求循环效率。



解：

$$Q_{AB}=W_{AB}=\frac{M}{M_{mol}}RT_1\ln\frac{V_2}{V_1}$$ 吸热

$$Q_{BC}=\Delta E_{BC}=\frac{M}{M_{mol}}\frac{5}{2}R(T_2-T_1)$$ 放热

$$Q_{CD}=W_{CD}=\frac{M}{M_{mol}}RT_2\ln\frac{V_1}{V_2}$$ 放热

$$Q_{DA}=\Delta E_{DA}=\frac{M}{M_{mol}}\frac{5}{2}R(T_1-T_2)$$ 吸热

$$\eta=\frac{W}{Q_1}=\frac{W_{AB}+W_{CD}}{Q_{AB}+Q_{DA}}=\frac{T_1\ln\frac{V_2}{V_1}+T_2\ln\frac{V_1}{V_2}}{T_1\ln\frac{V_2}{V_1}+\frac{5}{2}(T_1-T_2)}$$

$$=\frac{300\ln2+200\ln1/2}{300\ln2+2.5(300-200)}=0.15$$

8.5.3 卡诺循环

1824 年，年仅 28 岁的法国青年工程师卡诺提出了一种理想的热机循环。该循环由两个准静态等温过程和两个准静态绝热过程组成，即在循环过程中工质只与两个恒温热源交换热

量，这种循环称为卡诺循环。按卡诺正循环工作的热机叫卡诺热机。

下面讨论以理想气体为工质的卡诺正循环，并求出其热机效率，卡诺循环在 $p-V$ 图上是分别由温度为T_1和T_2的两条等温线和两条绝热线组成的封闭曲线，如图 8-16 所示。其各个分过程如下：

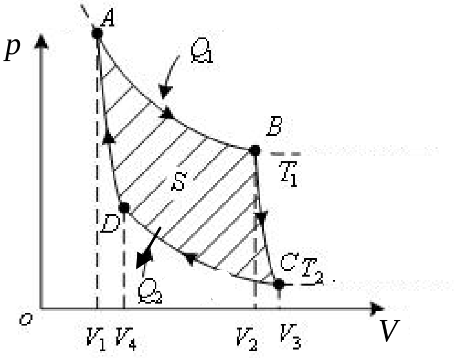


图 8–16 卡诺循环（热机）的 *p-V* 图

A→*B* 工质和温度为T_1的高温热源接触作等温膨胀，体积从V_1膨胀到V_2，对外界做功，工质吸收的热量Q_1为

$$Q_1 = \frac{M}{M_{\mathrm{mol}}} RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1}$$

B→*C* 工质和高温热源分开，作绝热膨胀，温度从T_1降至T_2，体积从V_2膨胀到V_3，对外界做功，过程中无热量交换。

C→*D* 工质和温度为T_2的低温热源接触作等温压缩，体积从V_3压缩到V_4，外界对工质做功，工质向低温热源放出热量Q_2大小为

$$Q_2 = \frac{M}{M_{\mathrm{mol}}} RT_2 \ln\frac{V_3}{V_4}$$

D→*A* 工质和低温热源分开，经绝热压缩，体积从V_4压缩到V_1，外界对工质作功，温度从T_2回升到T_1，过程中无热量交换，完成了 *A*→*B*→*C*→*D*→*A* 一次循环。

在整个循环中，工质对外界做的净功为

$$W_{净} = Q_1 - Q_2 = ABCDA\text{所包围面积}$$

根据循环效率的定义，可得以理想气体为工质的卡诺循环的效率为

$$\eta_c = \frac{W_{净}}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2 \ln\frac{V_3}{V_4}}{T_1 \ln\frac{V_2}{V_1}}$$

对绝热过程 *B*→*C* 和 *D*→*A* 分别应用绝热方程，有

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}$$

$$T_1V_1^{\gamma-1}=T_2V_4^{\gamma-1}$$

两式相比，则有 $(\frac{V_2}{V_1})^{\gamma-1}=(\frac{V_3}{V_4})^{\gamma-1}$ 或 $\frac{V_2}{V_1}=\frac{V_3}{V_4}$

则卡诺热机的效率为

$$\eta_c=1-\frac{T_2}{T_1} \qquad （8-34）$$

由上式可知：

1 由于T_1＝∞和T_2＝0 都不可能达到，因而卡诺热机的效率总是小于 1 的。

2 卡诺热机的效率只与高、低温热源的温度有关，而与工质性质无关。提高效率的途径是提高高温热源的温度或降低低温热源的温度。而通常后一种办法是不经济的。

3 $\eta=\frac{W_{净}}{Q_1}=1-\frac{Q_2}{Q_1}$ 适用于一切热机，而$\eta_c=1-\frac{T_2}{T_1}$ 仅适用于卡诺热机。

4 要完成一次卡诺循环必须有温度一定的高温和低温两个热源。

5 可以证明：在相同高温热源和低温热源之间工作的一切热机中，卡诺热机的效率最高。

若卡诺循环逆时针方向进行，则构成卡诺致冷机。其 $p-V$ 图如图 8-17 所示。*D→C* 工质和温度为T_2的低温热源接触作等温膨胀，体积从V_4膨胀到V_3，工质向低温热源吸取热量Q_2大小为

$$Q_2=\frac{M}{M_{\mathrm{mol}}}RT_2\ln\frac{V_3}{V_4}$$

B→A 工质和温度为T_1的高温热源接触作等温压缩，体积从V_2压缩到V_1，工质向高温热源放出的热量Q_1大小为

$$Q_1=\frac{M}{M_{\mathrm{mol}}}RT_1\ln\frac{V_2}{V_1}$$

在整个循环中，工质对外界做的净功为

$$W_{净}=Q_1-Q_2$$

所以卡诺致冷机的致冷系数为

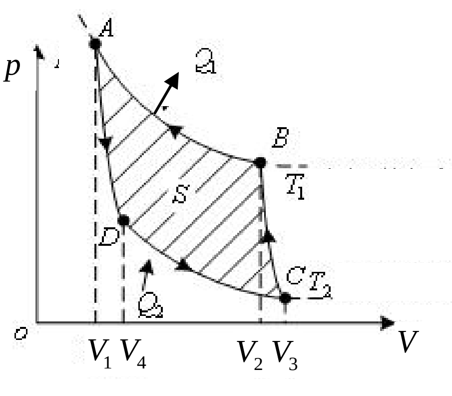


图 8－17 卡诺致冷机的 $p-V$ 图

$$\omega_c=\frac{Q_2}{|W_{净}|}=\frac{\frac{M}{M_{mol}}RT_2\ln\frac{V_3}{V_4}}{\frac{M}{M_{m0l}}RT_1\ln\frac{V_2}{V_1}-\frac{M}{M_{mol}}RT_2\ln\frac{V_3}{V_4}}$$

同理利用关系$\frac{V_2}{V_1}=\frac{V_3}{V_4}$，代入后可得

$$\omega_c=\frac{T_2}{T_1-T_2}\qquad（8\text{-}35）$$

例 8-6 理想气体卡诺热机，当热源温度为 100℃，冷却器温度为 0℃时，作净功为 8000J，今若维持冷却器温度不变，提高热源的温度，使净功增为 1.60×10^4J，并设这两个卡诺循环工作于相同的两条绝热线之间，求（1）热源的温度变为多少？（2）效率增大到多少？

解 （1）卡诺热机的效率

$$\eta_c=\frac{W}{Q_1}=\frac{W}{W+Q_2}=1-\frac{T_2}{T_1}$$

解得
$$Q_2=\frac{WT_2}{T_1-T_2}$$

设高温热源温度由T_1增加到$T_1^{/}$，净功增加为$W^{/}$时，同样应有

$$Q_2^{/}=\frac{W^{/}T_2}{T_1^{/}-T_2}$$

由于这两个循环工作在同样的两条绝热线之间且 T_2不变，$Q_2=Q_2'$

$$\frac{WT_2}{T_1-T_2}=\frac{W^{/}T_2}{T_1'-T_2}$$

$$T_1'=\frac{W^{/}}{W}(T_1-T_2)+T_2=473\quad \text{K}$$

（2）
$$\eta_c'=1-\frac{T_2}{T_1'}=42\%$$

例 8-7 有一卡诺致冷机，从温度为-10℃的冷藏室吸取热量，而向温度为 27℃的物体放出热量。该致冷机所耗功率为 1.5 KW，问（1）每分钟从冷藏室吸取的热量多少？(2)每分钟向物体释放的热量.

解 令 $T_1=300K,T_2=263K$，则

$$\omega_C = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{263}{37} = 7.1$$

每分钟作功为

$$\left|W_{净}\right| = 1.5\times10^3\times60 = 9\times10^4\ (J)$$

所以每分钟从冷藏室中吸取的热量为

$$Q_2 = \omega_C\left|W_{净}\right| = 7.1\times9\times10^4 = 6.39\times10^5\ (J)$$

每分钟向温度为27℃的物体放出的热量为

$$Q_1 = Q_2 + \left|W_{净}\right| = 7.29\times10^5\ J$$

作业：1、2、16